

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
E.T.S. de Ingenieros Agrónomos

Electricidad



# *Electrostática*

Ley de Coulomb

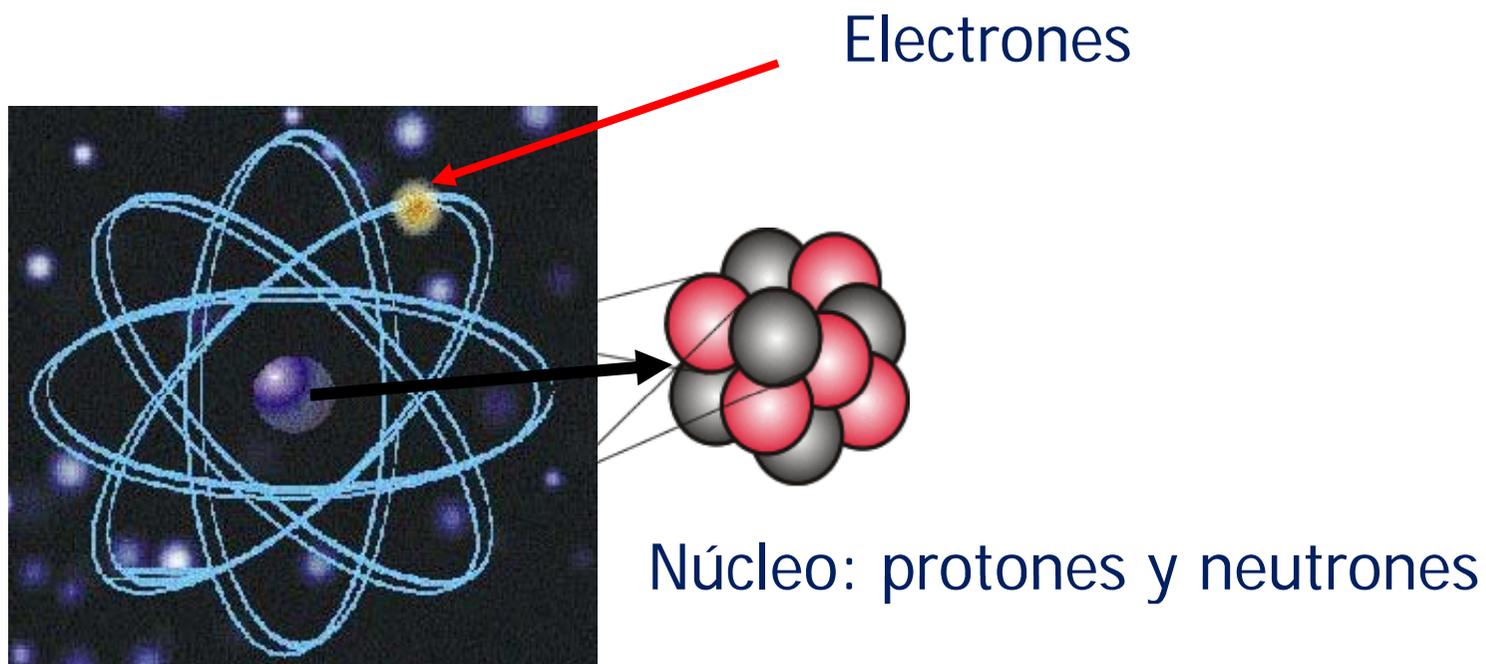
Sistemas de unidades

Campo eléctrico. Líneas de campo

Potencial eléctrico creado por una carga puntual



## Estructura atómica



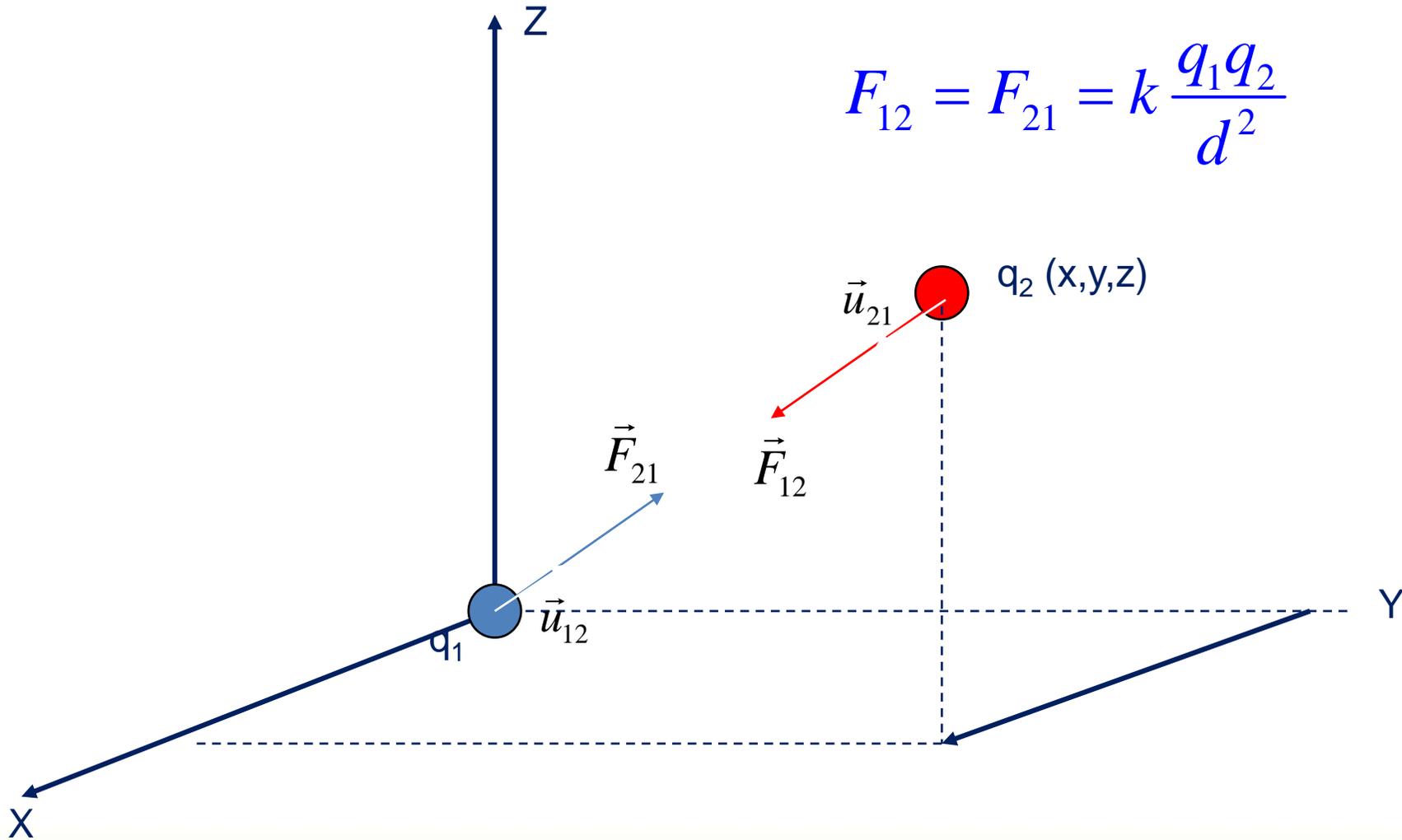


## Ley de Coulomb

La fuerza con la que se atraen o repelen dos cargas puntuales en el vacío es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa



# Ley de Coulomb. Fuerzas atractivas



$$F_{12} = F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{d^2}$$



$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = k \frac{q_1 q_2 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

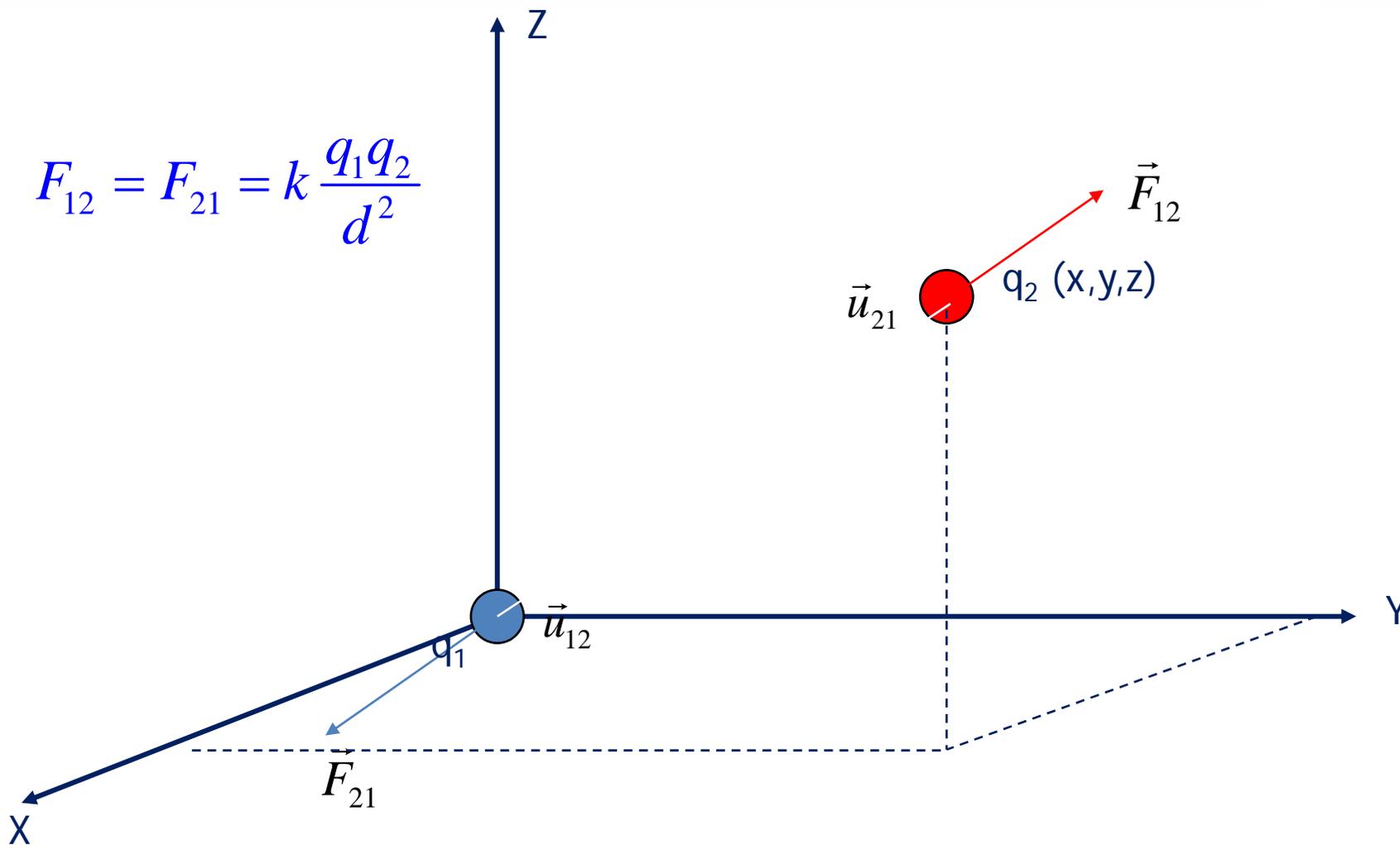
$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{21}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = -k \frac{q_1 q_2 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$



# Ley de Coulomb. Fuerzas repulsivas





## Sistemas de unidades en electricidad

Valor numérico de k	Sistema de unidades	Carga
---------------------	---------------------	-------

---

$$k = 1$$

U.E.S

u.e.e

$$k = 8,99 \cdot 10^9$$

S.I

Culombio (C)

---

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} = 1 \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{\text{uee}^2}$$



Dos cargas iguales, de un culombio, separadas en el vacío una distancia de un metro, se atraen o repelen con una fuerza de  $9 \cdot 10^9 \text{N}$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \frac{(1C)(1C)}{(1m)^2} = 9 \cdot 10^9 N$$



Región del espacio *perturbada* al introducir en su interior una carga

Se pone de manifiesto porque al introducir una carga prueba  $q_0$  en su interior, aparece una fuerza sobre ella



## Campo eléctrico. Líneas de campo eléctrico

La intensidad del campo eléctrico es el cociente entre la magnitud de la fuerza  $F$  que experimenta la carga prueba  $F$  y la carga prueba  $q_0$

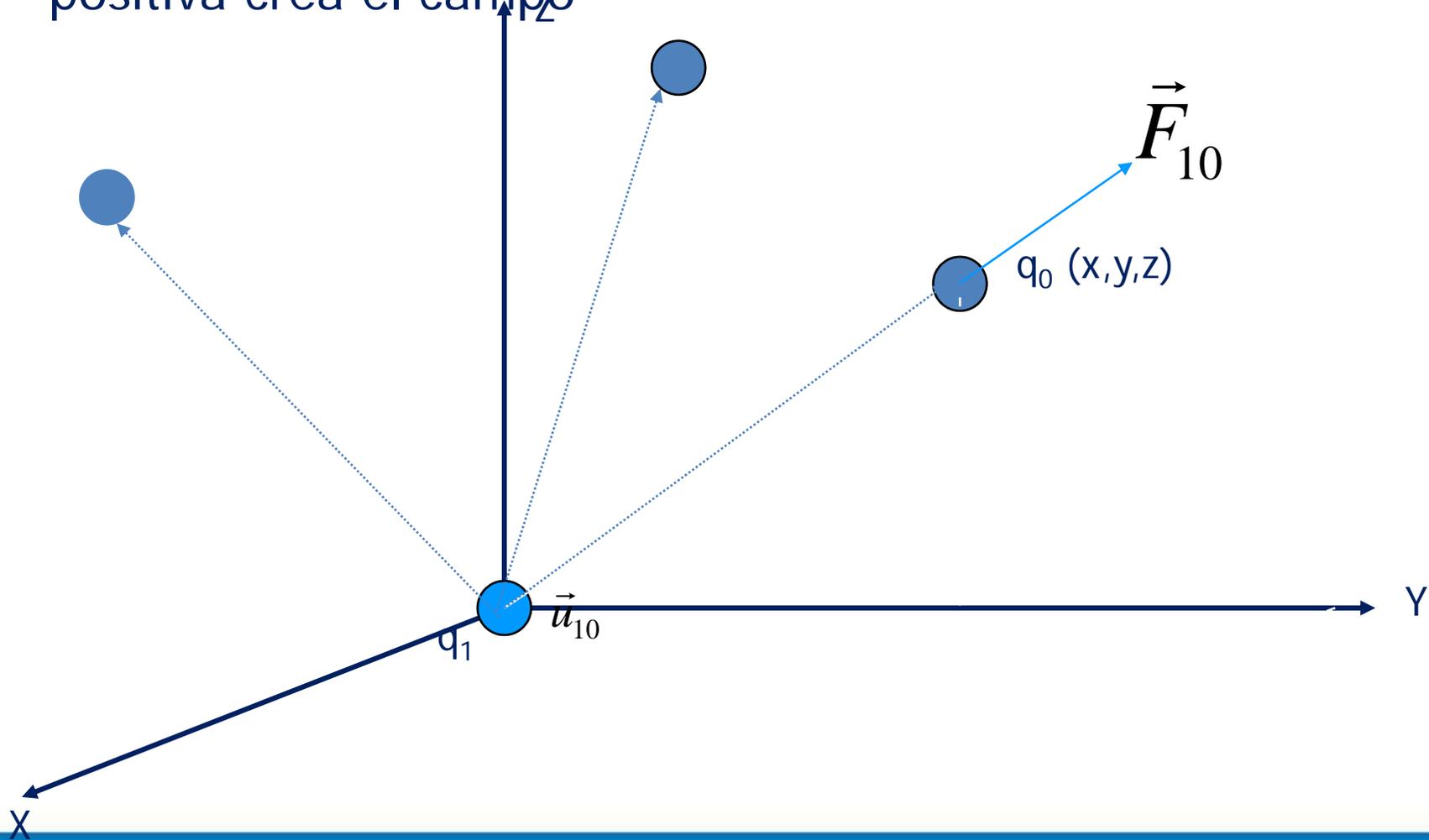
$$E = F/q_0$$

La dirección del campo eléctrico es la de la recta que une la carga que crea el campo y la carga prueba  $q_0$ . El sentido es el de la fuerza que se ejerce sobre la carga prueba



# Campo eléctrico creado por una carga puntual positiva

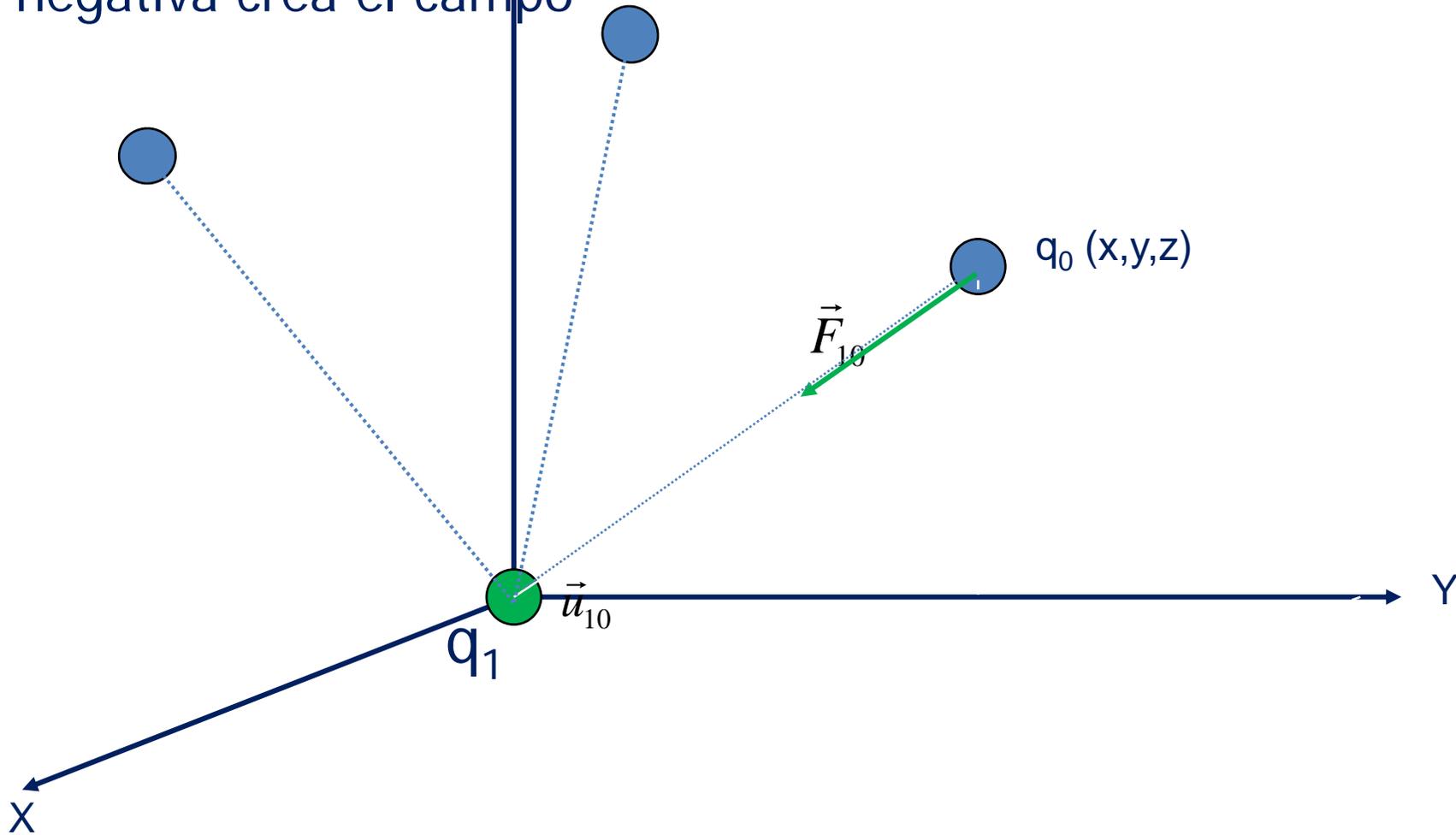
$q_1$  positiva crea el campo





# Campo eléctrico creado por una carga puntual negativa

$q_1$  negativa crea el campo  $\vec{E}$

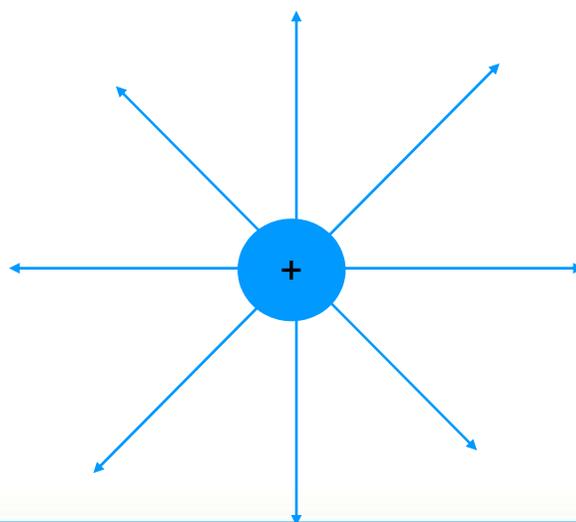




## Campo creado por una carga positiva

$$\vec{F}_{10} = k \frac{q_1 q_0}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = k \frac{q_1 q_0 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{10}}{q_0} = k \frac{q_1}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = k \frac{q_1 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$



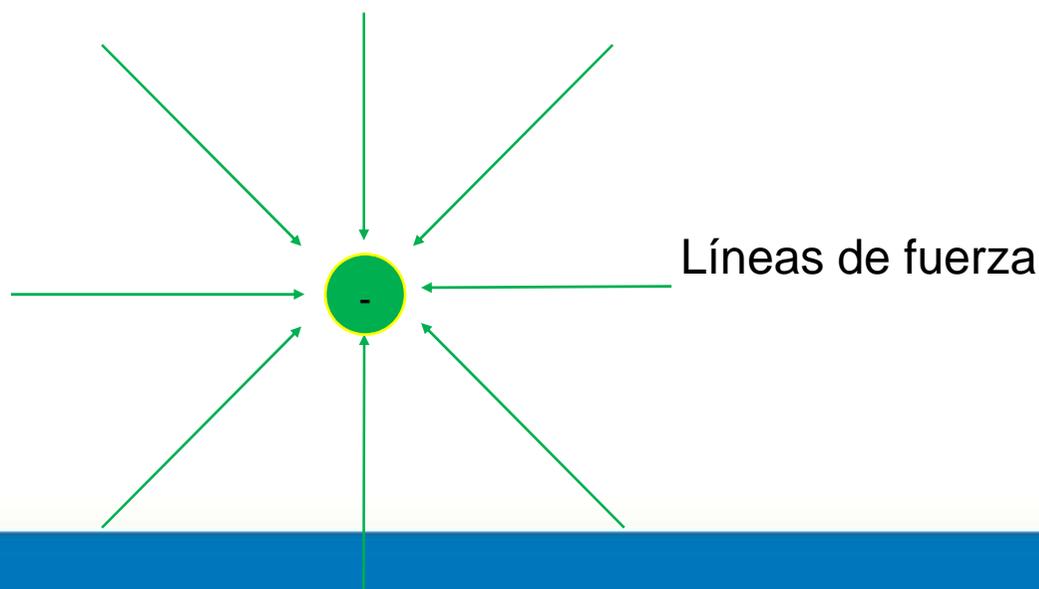
Líneas de fuerza



## Campo creado por una carga negativa

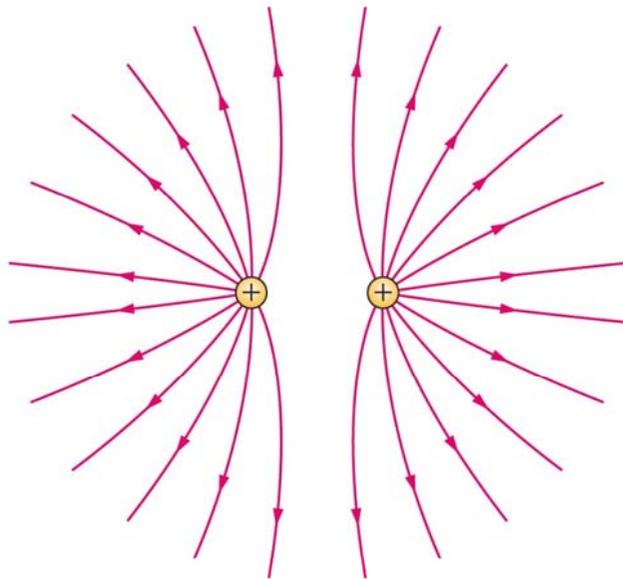
$$\vec{F}_{10} = k \frac{q_1 q_0}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = k \frac{q_1 q_0 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{10}}{q_0} = k \frac{q_1}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = k \frac{q_1 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

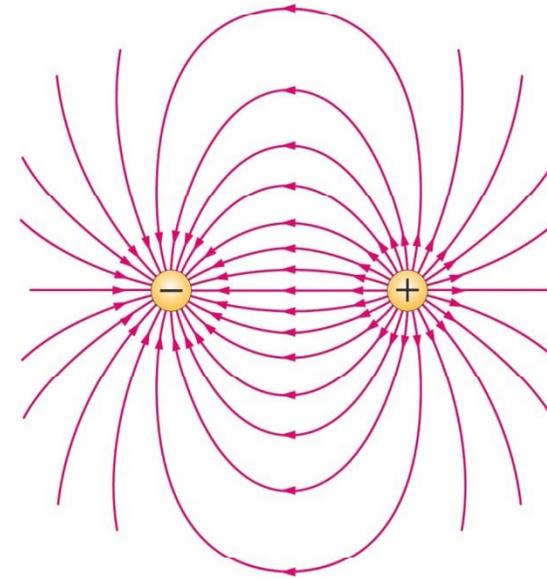




Líneas de fuerza de dos  
cargas de igual signo



Líneas de fuerza de dos  
cargas de signos opuestos





La unidad de campo eléctrico en el sistema internacional es newton/culombio (N/C)

$$E = \frac{F_1}{q_0} = k \frac{q_1}{r^2}$$

El campo es más intenso cuanto mayor sea la carga  $q_1$  que lo crea, y cuanto más cerca estemos de ella ( $r$  pequeño)



# Campo eléctrico creado en P por varias cargas puntuales

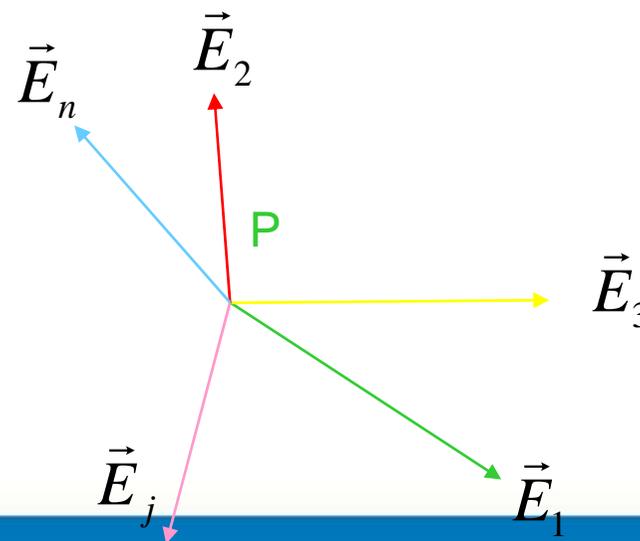
$q_1^+$

$q_2^-$

$q_n^-$

$q_j^+$

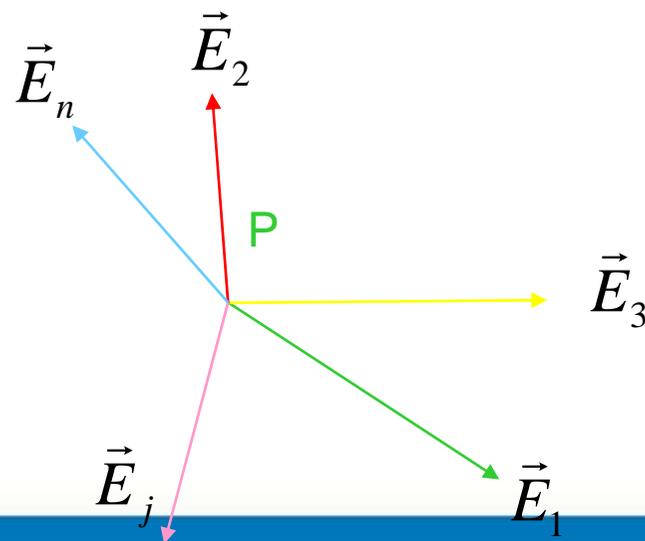
$q_3^+$





## Campo eléctrico creado en P por varias cargas puntuales

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_j + \dots + \vec{E}_n$$
$$\vec{E} = k \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 + k \frac{(-Q_2)}{r_2^2} \vec{u}_2 + k \frac{Q_3}{r_3^2} \vec{u}_3 + \dots + k \frac{Q_j}{r_j^2} \vec{u}_j + \dots + k \frac{(-Q_n)}{r_n^2} \vec{u}_n$$





## Potencial eléctrico creado por una carga puntual $Q$

Una carga eléctrica  $Q$ , crea en el entorno que la rodea una perturbación, que se pone de manifiesto por la aparición de fuerzas sobre las cargas que se introducen en esa región

En cada punto del espacio que situemos una carga testigo encontraremos un valor de la energía potencial asociado a esa posición y un valor del potencial eléctrico  $V=U/q_0$



## Potencial eléctrico creado por una carga puntual Q

La fuerza eléctrica con la que se atraen o repelen dos cargas es conservativa, por lo que puede expresarse como el gradiente de energía potencial  $U$  cambiado de signo.

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U = -\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$$

El campo eléctrico, fuerza por unidad de carga, también es conservativo por lo que puede expresarse como el gradiente del potencial eléctrico  $V$ , cambiado de signo

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$



## Potencial eléctrico creado por una carga puntual $Q$

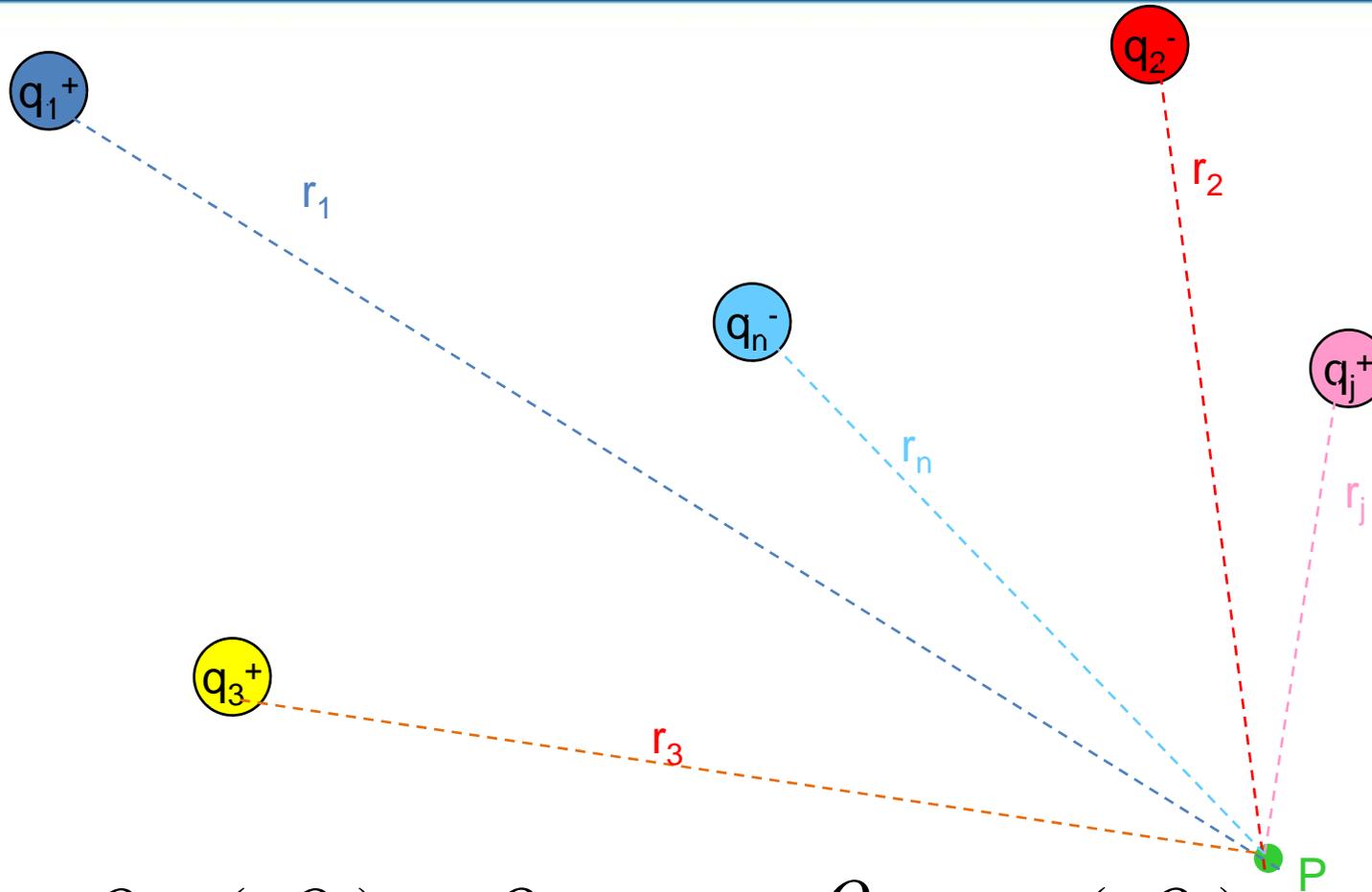
El potencial eléctrico es una propiedad del espacio que rodea la carga  $Q$

$$V = \frac{kQ}{r}$$

La unidad de potencial en el sistema internacional se denomina voltio: voltio=julio/culombio



# Potencial eléctrico creado por varias cargas puntuales en P



$$V = k \frac{Q_1}{r_1} + \frac{(-Q_2)}{r_2} + k \frac{Q_3}{r_3} + \dots + k \frac{Q_j}{r_j} + \dots + k \frac{(-Q_n)}{r_n}$$



## Electrocinética

Corriente eléctrica

Ley de Ohm

Ley de Joule

Fuerza electromotriz de un generador

Ecuación de un circuito

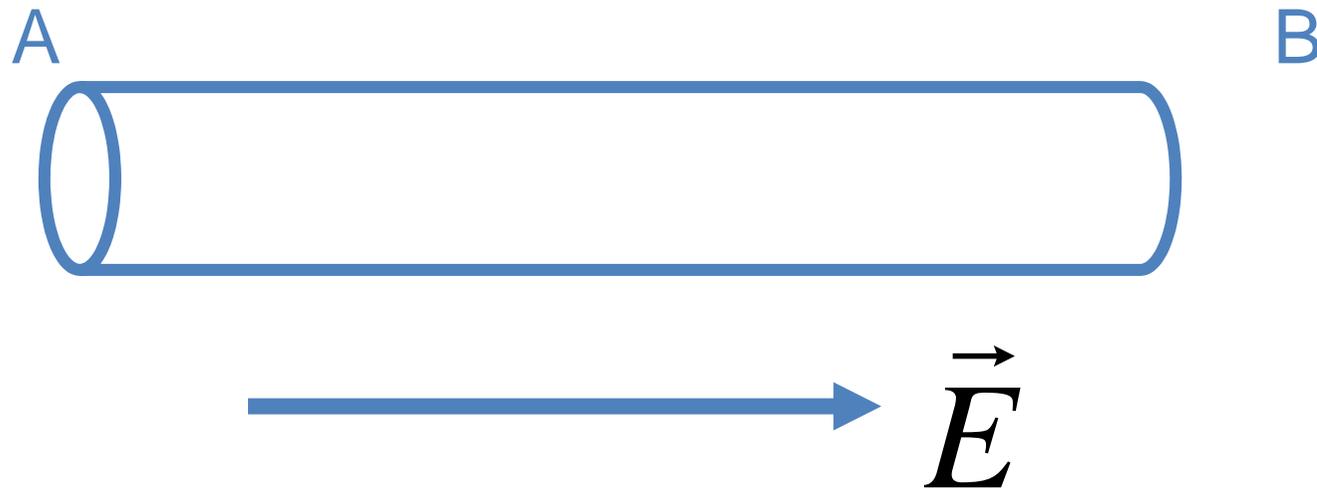
Diferencia de potencial entre puntos de un circuito

Asociación de resistencias

Leyes de Kirchhoff



## Corriente eléctrica (1)

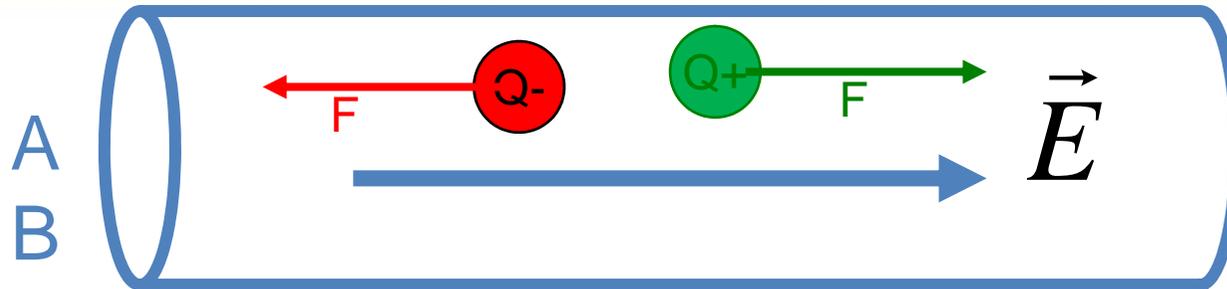


Al establecer una diferencia de potencial entre los extremos A y B de un conductor rectilíneo se crea un campo eléctrico dirigido hacia potenciales decrecientes

Si  $V_A > V_B$  el campo va de A a B



## Corriente eléctrica (2)



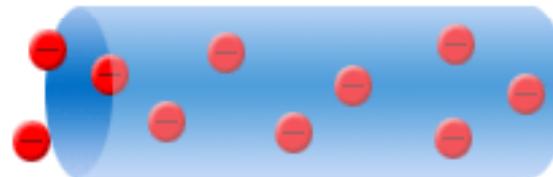
Si en el interior del conductor hay cargas libres positivas, se ejerce sobre ellas una fuerza de módulo  $F=QE$ , dirigida de A a B

Si en el interior del conductor hay cargas libres negativas, se ejerce sobre ellas una fuerza de módulo  $F=qE$ , dirigida de B a A



## Corriente eléctrica (3)

El movimiento de cargas en el interior de un conductor se denomina corriente eléctrica

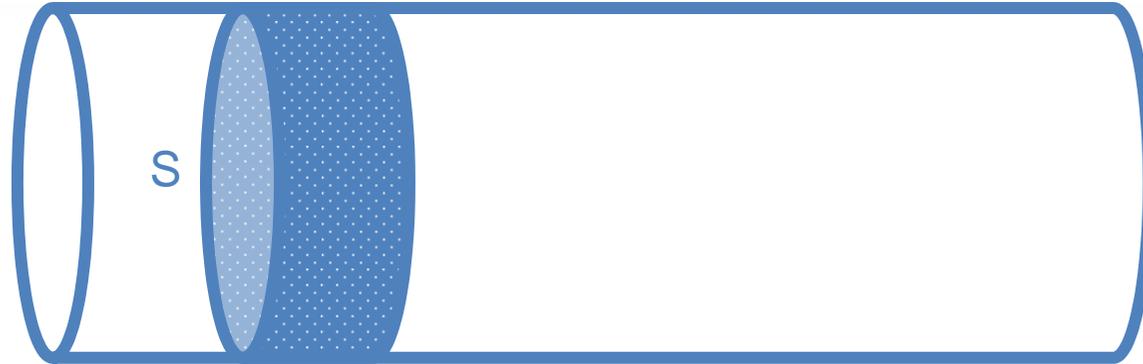


La intensidad de corriente eléctrica es la carga que atraviesa la sección  $S$  del conductor en la unidad de tiempo

La unidad de corriente eléctrica en el S.I es el amperio (A)



## Corriente eléctrica (4)



$n$  = número de cargas contenidas en la unidad de volumen

Una carga  $q$ , en un tiempo  $t$  recorre una distancia  $s = vt$

El número  $N$  de cargas que atraviesan la sección  $S$  en un tiempo  $t$  es igual al número de cargas  $n$  que hay contenidas en un volumen unidad por el volumen  $N = n \cdot S \cdot v \cdot t$



La carga que atraviesa la sección  $S$  en un tiempo  $t$  es el producto del número de cargas  $N$  que la atraviesan por la carga  $e$  de una de ellas

$$q = eN = neSvt$$



La intensidad de la corriente  $I$  es la carga que atraviesa la sección del conductor en la unidad de tiempo

$$i = \frac{q}{t} = neSv$$

*Amperio (A): intensidad de corriente que circula por un conductor por el que circula un culombio en un segundo*



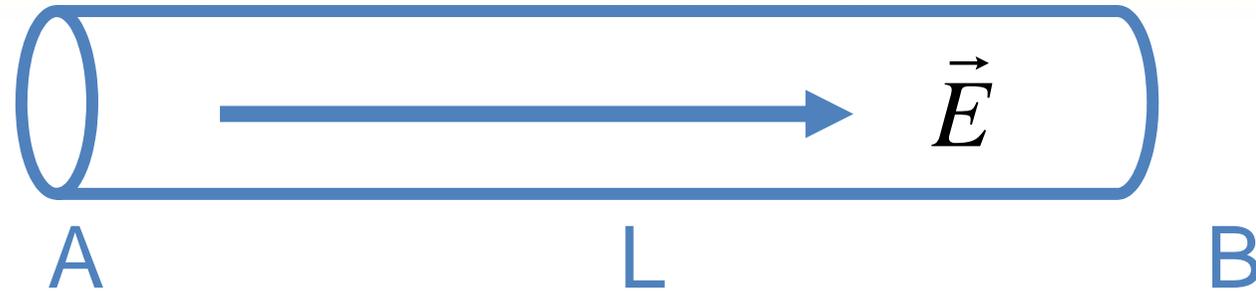
## Ley de Ohm

Densidad de corriente  $J$ : cociente entre la intensidad de corriente  $i$  y la sección  $S$  que la atraviesa.

$$J = \frac{i}{S}$$

Experimentalmente se demuestra que la densidad de corriente  $J$  es proporcional a la intensidad del campo eléctrico  $E$

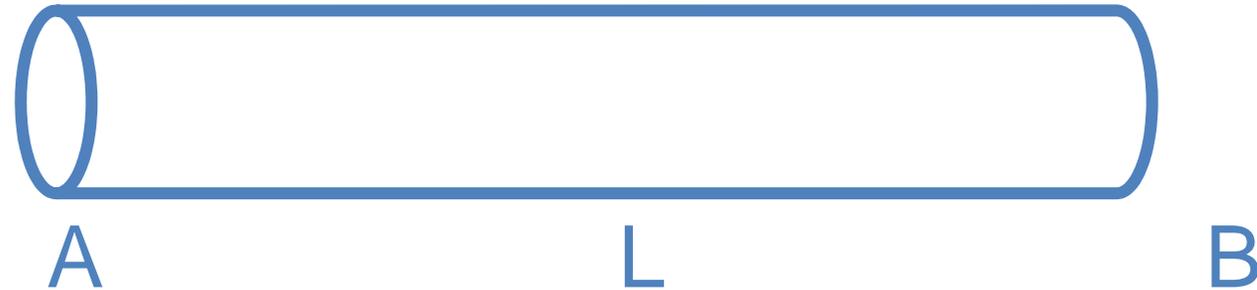
$$J = \sigma E = -\sigma \frac{dV}{dx}$$



$$J = \frac{i}{S} = -\sigma \frac{dV}{dx}$$

$$dV = -\frac{i}{\sigma S} dx$$

$$V_A - V_B = \frac{L}{\sigma S} i = Ri \quad \text{Ley de Ohm}$$



$$R = \frac{L}{\sigma S} i$$

La resistencia  $R$  es la oposición que presenta un conductor de sección  $S$  y longitud  $L$  a que la corriente pase por él

La resistencia es mayor cuando la sección es estrecha y cuanto más largo sea el conductor



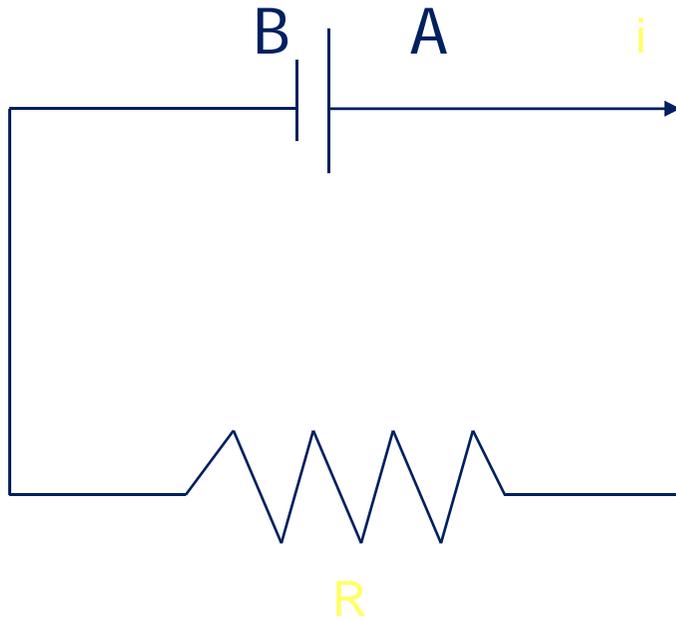
## Ley de Joule (1)

Calentamiento de un conductor de resistencia  $R$  por el que circula una corriente  $i$  al establecer una diferencia de potencial

Los electrones, en su movimiento por el interior del conductor van chocando con las partículas fijas del mismo, transformando la energía cinética en calor



## Ley de Joule (2)



El trabajo para trasladar una carga  $dq$  de A a B es

$$dW = dq(V_A - V_B) = i(V_A - V_B)dt$$

En un tiempo  $dt$  en la resistencia se disipa una energía en forma de calor  $Q$

$$Q = i \cdot (R \cdot i) dt = i^2 R dt$$



Potencia (Energía por unidad de tiempo)

$$P = \frac{dW}{dt} = i(V_A - V_B)$$

Válida para cualquier elemento de circuito

Potencia transformada en calor en una resistencia

$$P = i^2 R$$

Válida para una resistencia



## Generador de fuerza electromotriz

Para mantener una corriente eléctrica es necesario suministrar una diferencia de potencial entre los puntos (o establecer un campo eléctrico). Se necesita suministro continuo de energía, que el conductor transforma en calor

Cualquier dispositivo que transforma energía no eléctrica en eléctrica se denomina generador de fuerza electromotriz. Una pila transforma energía química en eléctrica



## Fuerza electromotriz (1)

La fuerza electromotriz de un generador es el cociente entre la energía  $dW$  convertida de forma no eléctrica en eléctrica (o viceversa) y la carga  $dq$  que atraviesa una sección cualquiera del conductor

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} \quad \left( \frac{\text{julio}}{\text{culombio}} = \text{voltio} \right)$$



## Fuerza electromotriz (2)

La energía  $dW$  suministrada por el generador para mover la carga  $dq$  es

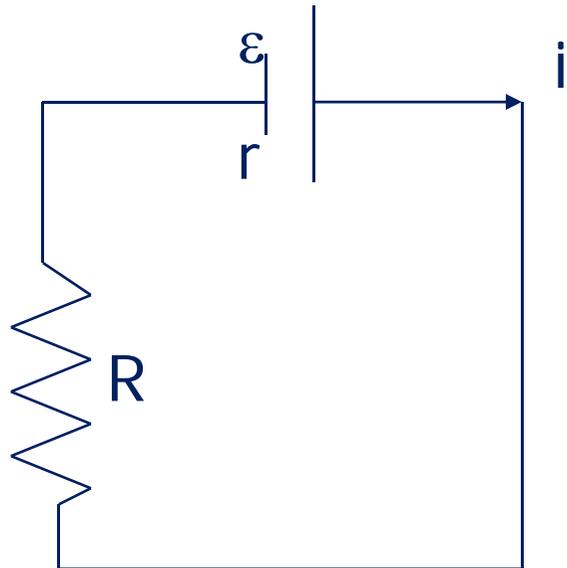
$$dW = \varepsilon dq = \varepsilon i dt$$

La potencia suministrada por el generador es

$$P = \frac{dW}{dt} = \varepsilon i$$



## Ecuación de un circuito (1)



Potencia suministrada por el generador

$$P_{sum} = \varepsilon i$$

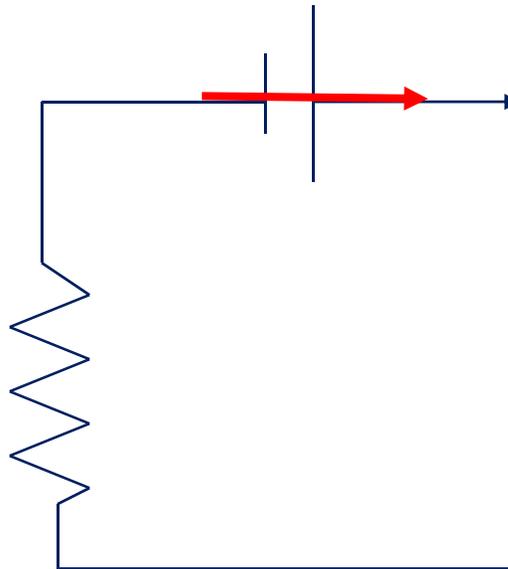
Potencia consumida (transformada en calor en las resistencias)

$$P_{con} = i^2 R + i^2 r$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



## Ecuación de un circuito (2)

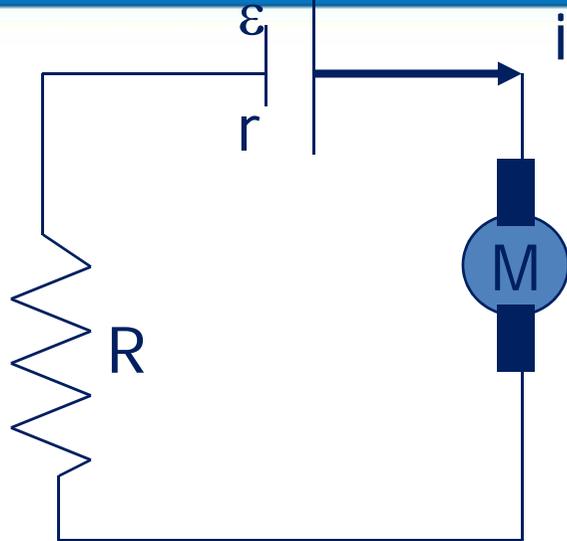


Un generador consume energía no eléctrica y la transforma en energía eléctrica

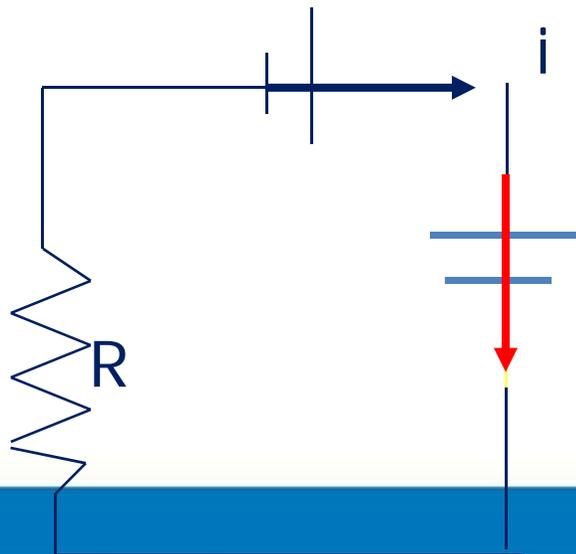
Por el interior del generador, la corriente circula de menor a mayor potencial (de  $-$  a  $+$ )



### Ecuación de un circuito (3)



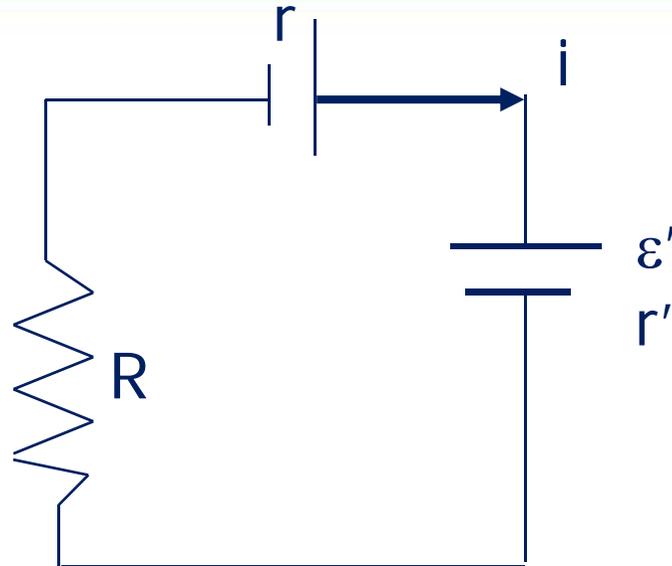
Un motor consume energía eléctrica y la transforma en mecánica (no eléctrica)



Por el interior del motor, la corriente circula de mayor a menor potencial



## Ecuación de un circuito (4)



Potencia suministrada por el generador

$$P_{sum} = \varepsilon i$$

Potencia consumida (transformada en calor en las resistencias)

$$P_{cons}(Joule) = Ri^2 + ri^2 + r'i^2$$

$$i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'}$$

Potencia consumida por el motor (mecánica)

$$P_{cons}(mec) = \varepsilon' i$$



## Diferencia de potencial entre puntos de un circuito



$$V_A - V_B = \sum ri - \sum \varepsilon$$

$$V_A - V_B = (R_1 + R_2 + r_1 + r_2 + r_3)i - (-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3)$$



## Diferencia de potencial entre puntos de un circuito



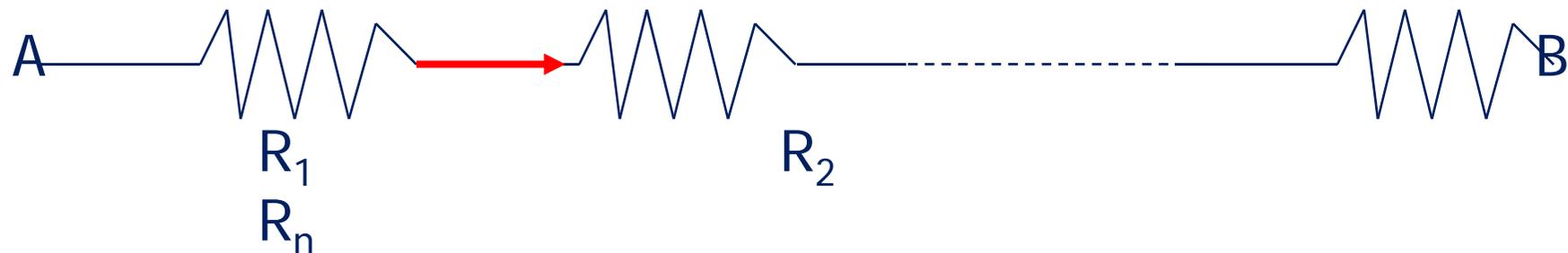
Para calcular  $V_A - V_B$ :

Se asigna un sentido arbitrario a la corriente. Si al ir de A a B, la corriente va en el mismo sentido  $i > 0$ ; si al ir de A a B vamos en sentido contrario a la corriente  $i < 0$

Al ir de A a B, los generadores que recorremos de + a -, se considera f.e.m. negativa y los que recorremos de - a + se considera f.e.m. positiva, independientemente del sentido arbitrario que demos a la corriente



## Asociación de resistencias en serie

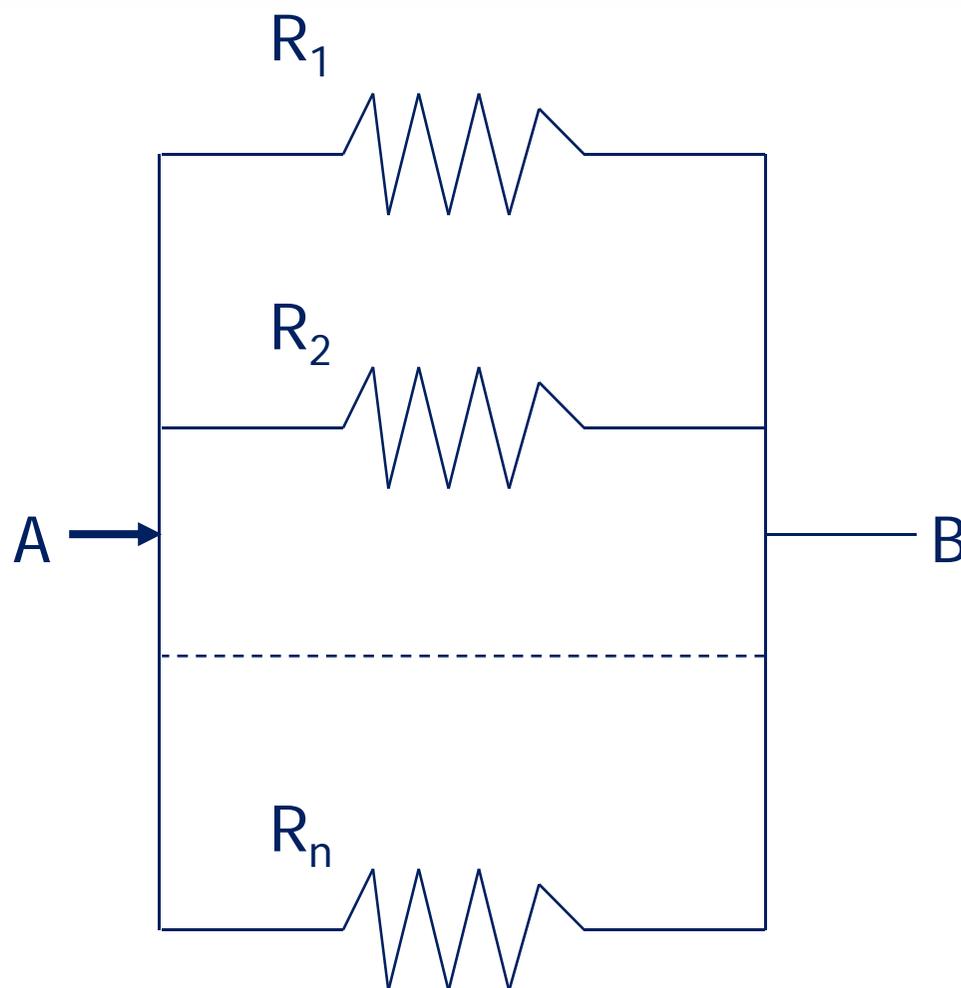


$$R_{equiv}^{serie} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Todas las resistencias están recorridas a la misma intensidad



## Asociación de resistencias en paralelo



$$\frac{1}{R_{equi}^{paral}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$



## Redes de corriente continua. Leyes de Kirchhoff (1)

Un nudo es el punto donde confluyen 3 ó mas conductores

Una malla es un circuito cerrado, constituido por resistencias, generadores y motores

Entre nudo y nudo circula una intensidad

Se asignan sentidos arbitrarios a las corrientes



## Redes de corriente continua. Leyes de Kirchhoff (2)

En un nudo, la suma de las intensidades que entran es igual a la suma de las intensidades que salen

*(Se asigna signo positivo a las intensidades que llegan, y signo negativo a las intensidades que salen)*

$$\sum i_{entran} - \sum i_{salen} = 0$$



## Redes de corriente continua. Leyes de Kirchhoff (3)

En una malla, la diferencia de potencial entre el punto origen y el punto final (que es el mismo) es nula

$$V_A - V_B = \sum ri - \sum \varepsilon = 0$$

por lo que la suma de los productos resistencia por intensidad es igual a la suma de las fuerzas electromotrices

$$\sum ri = \sum \varepsilon$$