

MECÁNICA DE FLUIDOS

Definiciones

La mecánica de fluidos es una rama de la mecánica racional que estudia el comportamiento de los mismos tanto en reposo (estática de fluidos), como en movimiento (dinámica de fluidos).

Definición de fluido. Un fluido es una sustancia material continua y deformable cuando es sometida a una tensión de cortadura (relación entre la componente tangencial a la superficie de la fuerza y el área de la superficie).

Fluido ideal. Se llama fluido ideal, a un fluido de viscosidad nula, incompresible y deformable cuando es sometido a tensiones cortantes por muy pequeñas que éstas sean.

Fluido real. Se llama fluido real, a un fluido que es viscoso y/o compresible .

Gas perfecto. Es una sustancia, que satisface la ecuación de los gases perfectos ($PV = nRT$) y que tiene calores específicos constantes.

Diferencia entre un fluido ideal y un gas perfecto. Un fluido ideal no tiene rozamiento y es incompresible. El gas perfecto en cambio, tiene viscosidad y, por lo tanto puede desarrollar tensiones cortantes, y, además, es compresible de acuerdo con la ecuación de la ley de los gases perfectos.

Estática de fluidos

Presión en un fluido. Es la magnitud de la fuerza en cada punto por unidad de superficie, es un campo escalar que depende de la posición $P = P(x,y,z)$. Su unidad en el sistema internacional de unidades es el Pascal, $Pa = N/m^2$.

Se cumplen las siguientes relaciones entre unidades:

$$1atm = 1,013 \cdot 10^5 Pa = 1,013 \cdot 10^6 baria = 1,013bar = 1,013 \cdot 10^3 mbar$$

$$1atm = 10,33m.c.a = 1,033kp / cm^2 (atm. tecnica) = 760mmHg$$

Las superficies isóbaras son el lugar geométrico de los puntos del espacio con la misma presión, se obtienen igualando el campo de presiones a una constante: $P(x,y,z) = Cte$.

Ecuaciones fundamentales de la estática de fluidos. Si un fluido en su conjunto está en equilibrio, es decir en reposo, cada uno de sus puntos está también en equilibrio. Siendo

$P = P(x, y, z)$ el campo de presiones, $\rho = \rho(x, y, z)$ el campo de densidades y suponiendo que el fluido está sometido a la acción de fuerzas exteriores, definidas por unidad de masa de la forma, $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ (N/kg),

$$\vec{F} = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \quad \left\{ \begin{array}{l} F_x = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ F_y = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \\ F_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \end{array} \right.$$

Si las fuerzas exteriores son conservativas, existe un potencial (V) tal que, en cada punto, la fuerza pueda expresarse como el gradiente de la función potencial $\vec{F} = -\vec{\nabla} V$, la ecuación vectorial queda, $\vec{\nabla} V + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P = 0$, que permite obtener la ecuación diferencial que resuelve el equilibrio de un fluido: $dV + \frac{dP}{\rho} = 0$. En consecuencia, las superficies equipotenciales son también isóbaras.

Si la única fuerza exterior es el peso, $dV = -gdz$, la ecuación diferencial que expresa el equilibrio es $dP = \rho g dz$. Si el fluido es incompresible, por ejemplo un líquido, la densidad es constante y la integral de esta ecuación es $P = P_0 + \rho g z$ que indica que la presión a una profundidad z por debajo de la superficie libre de un líquido es igual a la presión P_0 sobre dicha superficie más el producto del peso específico ρg por la profundidad z . En este caso las isóbaras son planos horizontales ($z = \text{Cte}$).

Para medir presiones desconocidas podemos utilizar un manómetro de tubo abierto, constituido por un tubo en forma de U que contiene un líquido; uno de los extremos está conectado al recipiente cuya presión se desea determinar, y el otro está abierto a la atmósfera y sometido a la presión atmosférica. La diferencia de presión entre el recipiente y la atmósfera es $P - P_0 = \rho g h$, siendo ρg el peso específico del líquido del tubo, y h la diferencia de altura entre las ramas.

Principio de Pascal. Si por cualquier causa, ajena a la naturaleza del fluido, se modifica la presión en un punto de un fluido incompresible, esta modificación se transmite íntegramente y por igual a todos los puntos del mismo, sin dejar de estar en equilibrio y sin modificar la geometría del fluido.

Principio de Arquímedes. Un cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta un empuje ascensional igual al peso del fluido desalojado.

DINÁMICA DE FLUIDOS.

Establece las leyes o ecuaciones que determinan el movimiento de un fluido, éste queda determinado cuando se conoce en cada punto del mismo, y en cada instante del movimiento, la velocidad de cada una de las partículas que lo constituyen. El campo de velocidades, en general, depende de la posición y del tiempo. Es un campo vectorial de expresión:

$$\vec{v}(x, y, z, t) = v_x(x, y, z, t)\vec{i} + v_y(x, y, z, t)\vec{j} + v_z(x, y, z, t)\vec{k}$$

Al movimiento de un fluido se le denomina flujo, pudiéndose realizar la siguiente clasificación:

- **Flujo permanente o estacionario:** cuando las propiedades del fluido y las condiciones del movimiento en cualquier punto no cambia con el tiempo

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \dots etc$$

en las que las coordenadas espaciales (x, y, z) se mantienen constantes.

- **Flujo no permanente (impermanente):** cuando las propiedades del fluido y las condiciones del movimiento en cualquier punto cambian con el tiempo

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0 \dots etc$$

en los que las coordenadas espaciales (x, y, z) se mantienen constantes

- **Flujo uniforme:** Cuando la propiedades del fluido y las condiciones del movimiento, en un instante dado, no cambian con la posición

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \dots etc$$

en las que la coordenada temporal (t) se mantiene constante.

- **Flujo no uniforme:** Cuando las propiedades del fluido y las condiciones del movimiento, en un instante dado, cambian con la posición.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} \neq 0; \quad \frac{\partial p}{\partial s} \neq 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial s} \neq 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial s} \neq 0 \dots etc$$

Líneas de corriente. Curvas tales que en cada punto y cada instante del tiempo son tangentes al vector velocidad correspondiente a dicho punto. Se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales, expresado en forma continua:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$$

Su integración, para un instante determinado, proporciona dos familias de superficies de cuya intersección resultan las líneas de corriente correspondientes al instante considerado. Por tanto, son curvas que cambian de forma con el tiempo.

Trayectorias de las partículas de un fluido. Para su determinación las componentes del campo de velocidades deben cumplir:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x(x, y, z, t) \\ \frac{dy}{dt} = v_y(x, y, z, t) \\ \frac{dz}{dt} = v_z(x, y, z, t) \end{cases}$$

Sistema de tres ecuaciones diferenciales de primer orden, cuya integración proporciona la solución general de las trayectorias de las partículas del fluido, en su forma paramétrica.

En el caso de movimiento o flujo variable las trayectorias no coinciden con las líneas de corriente, es decir, las partículas que pasan por el mismo punto en instantes distintos describen distintas trayectorias. Excepcionalmente, cuando el campo de velocidades se puede expresar como el producto dos funciones, una dependiente de la posición y otra dependiente sólo del tiempo, es decir, $\vec{v} = f(x, y, z)g(t)$, las trayectorias coinciden con las líneas de corriente.

En el caso de movimiento o flujo permanente, por ser independiente del tiempo, las líneas de corriente si que coinciden con las trayectorias, es decir, las partículas del fluido que pasan por un mismo punto siguen siempre la misma trayectoria, la de la línea de corriente que pasa por ese punto.

Ecuación de continuidad. Es un principio de conservación de masa. La ecuación de continuidad para un fluido incompresible, no viscoso, en régimen estacionario y con movimiento uniforme establece que el caudal es igual al producto de la sección por la velocidad se mantiene constante.

$$Q = S \cdot v = Cte$$

Por tanto, la velocidad es máxima en los estrechamientos y mínima en los ensanchamientos.

Teorema de Bernoulli. Es un teorema de conservación de la energía. Considerando un fluido incompresible, no viscoso, en régimen estacionario, la forma que toma la expresión del Teorema de Bernoulli en términos de energía por unidad de masa, presión y altura son respectivamente:

$$\frac{v^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} = Cte$$

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho gz + P = Cte$$

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho g} = Cte. \quad (\rho g = \gamma)$$

Efecto Venturi.

En el caso particular de que la tubería de sección variable sea horizontal, se obtiene que la presión disminuye cuando aumenta la velocidad del fluido. Este efecto puede usarse para explicar cualitativamente el empuje ascensional ejercido sobre el ala de un avión y la desviación de la trayectoria que sigue una pelota lanzada con efecto (efecto Magnus).

VISCOSIDAD

Los fluidos naturales o reales, a diferencia de los ideales, poseen un rozamiento interno que se denomina viscosidad. Cuando un fluido circula por una conducción, debido al rozamiento interno (fricción entre sus moléculas y con las paredes de la tubería), la velocidad de las distintas capas de fluido no es la misma, como ocurre en fluidos ideales, además se manifiesta una caída de presión según nos desplazamos en la dirección del flujo; como consecuencia de la viscosidad es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa de fluido a deslizar sobre otra.

Existen dos tipos de flujos permanentes en el caso de fluidos reales:

Flujo laminar. Las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, formando el conjunto de ellas capas o láminas.

Flujo turbulento. Las partículas fluidas se mueven de forma desordenada en todas las direcciones.

Número de Reynolds. Es un número adimensional, que expresa la relación entre las fuerzas de inercia debidas a la viscosidad.

Para tuberías circulares, en flujo a tubería llena $N = \frac{2\rho\bar{v}R}{\eta}$ donde R es el radio de la tubería,

ρ la densidad del fluido, \bar{v} la velocidad media y η el coeficiente de viscosidad dinámica.

Si el valor del número de Reynolds es menor de 2000 el régimen es laminar, y si es mayor de 2000, el régimen es turbulento. En las proximidades de 2000 el régimen es de transición.

Para conductos de sección recta no circular, canal o tubería parcialmente llena

$$N = \frac{4\rho\bar{v}R_H}{\eta}$$

donde R_H es el radio hidráulico (cociente del área de la sección recta por el perímetro mojado).

Si el valor del número de Reynolds es inferior a 500 el régimen es laminar, si está comprendido entre 500 y 2000 el régimen es de transición y puede ser laminar o turbulento, y si es superior a 2000 el régimen es generalmente turbulento.

El flujo laminar, está gobernado por la ley de Newton que expresa que la fuerza de viscosidad (F_v) es proporcional al coeficiente de viscosidad dinámica (η), al área de las dos placas paralelas (S) y al gradiente de velocidad según la normal a ambas placas $F_v = -\eta S \frac{dv}{dz}$

La unidad de viscosidad dinámica en el S.I. es el $\frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$, en el c.g.s es el

$$poise = \frac{dina \cdot s}{cm^2}.$$

El coeficiente de viscosidad cinemática (ν), se relaciona con el de viscosidad dinámica a través de la densidad:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

La ley de la variación de la velocidad con el radio permite obtener la velocidad de un fluido viscoso que circula por una tubería cilíndrica horizontal, de pequeño diámetro y radio R con movimiento uniforme,

$$v(r) = -\frac{a}{4\eta}(R^2 - r^2)$$

donde r es la distancia al eje de la tubería y a es una constante negativa que representa la pérdida de presión (pérdida de carga) por unidad de longitud. Dicha constante se puede

expresar en función de la velocidad media $\bar{v} = -\frac{aR^2}{8\eta}$, o de la velocidad máxima

$$v_{max} = -\frac{aR^2}{4\eta}. \text{ Por lo que}$$

$$a = -\frac{P_0 - P_l}{l} - \frac{8\eta\bar{v}}{R^2} = -\frac{4\eta v_{max}}{R^2}.$$

La ley del caudal o **ley de Poiseuille** expresa que el caudal volumétrico es directamente proporcional a la caída de presión, a la cuarta potencia del radio e inversamente proporcional a la longitud de la tubería y al coeficiente de viscosidad dinámico

$$Q_v = \frac{(P_0 - P_l)\pi R^4}{8\eta l}$$

Ley de Stokes. Cuando una esfera se desplaza en el interior de un fluido viscoso en reposo encuentra una resistencia a su movimiento que es una fuerza dirigida en sentido contrario a su velocidad y cuya magnitud viene dada por la ley de Stokes,

$$F = 6\pi Rv\eta$$

Si la esfera cae verticalmente bajo la acción de la gravedad con velocidad inicial nula en el interior de un fluido viscoso debido al principio de Arquímedes y a la ley de Stokes, la ecuación diferencial de su movimiento es:

$$m \frac{dv}{dt} = (m - m')(g - av)$$

siendo m y m' las masas de la esfera y del fluido y a constante.

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho; \quad m' = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho'; \quad a = \frac{6\pi Rv\eta}{m - m'}$$

en este movimiento se alcanza velocidad constante o velocidad límite igual a

$$v = \frac{2}{9} \frac{R^2 g}{\eta} (\rho - \rho').$$