UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

E.T.S. de Ingenieros Agrónomos

POLITÉCNICA

Estática y dinámica de fluidos

Estática

- Fluidos. Definiciones.Tipos
- Presión. Definición. Unidades
- Ecuación fundamental de la hidrostática
- Principio de Arquímedes
- Prensa hidráulica
- Paradoja hidrostática
- Aparatos de medida. Manómetros y barómetros

Dinámica

- Ecuación de continuidad
- Teorema de Bernouilli
- Teorema de Torricelli
- Efecto Venturi
- Medida de la velocidad de un fluido. Tubo Pitot
- Efecto Magnus
- Fluidos viscosos

Definición de fluido

Fluido es toda sustancia no sólida que tiene la capacidad de fluir, por tanto sus moléculas pueden deslizar unas respecto a otras sin dificultad

Fluido es toda sustancia material continua y deformable que en reposo sólo admite tensiones normales

Concepto de fluido

Gases:

- ✓ No tienen forma ni volumen propio
- ✓ Se expansionan indefinidamente
- ✓ La distancia media entre dos moléculas es grande comparada con el tamaño de una molécula
- ✓ Las moléculas tienen poca influencia entre sí excepto durante sus colisiones, frecuentes pero breves

Gas perfecto: Cumple la ecuación de Clapeyron $pV=nRT$

Concepto de fluido

Líquidos:

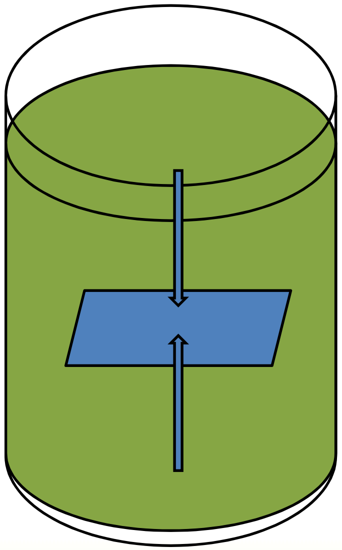
- ✓ No tienen forma propia pero si volumen
- ✓ Fluyen bajo la gravedad hasta ocupar las partes más bajas posibles del recinto que los contiene
- ✓ Las moléculas están muy unidas y ejercen fuerzas entre sí
- ✓ Sus moléculas forman transitoriamente enlaces que se rompen continuamente y después vuelven a formarse
- ✓ Estos enlaces mantienen unido el líquido, si no existieran las moléculas escaparían en forma de vapor

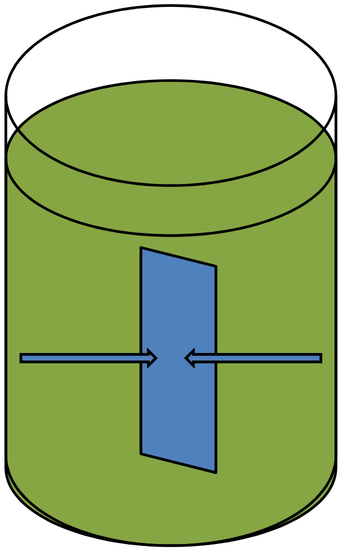
Concepto de fluido ideal

Fluido Ideal: medio continuo deformable que en equilibrio o reposo solo puede soportar tensiones o esfuerzos normales sobre cualquier superficie imaginaria trazada en su interior.

Estas tensiones son debidas a las **fuerzas internas** de

PRESIÓN





Concepto de fluido real

Fluido real: fluido viscoso y/o compresible. Un fluido es viscoso cuando existen fuerzas de rozamiento interno entre sus capas, que se pone de manifiesto cuando intentamos desplazar unas capas respecto a otras (agitándolo, por ejemplo)

Características de un fluido

Densidad = masa de fluido por unidad de volumen

$$\rho = \frac{M}{V}$$

S.I $\frac{kg}{m^3}$

C.G.S $\frac{g}{cm^3}$

Peso específico $\gamma = \rho g$

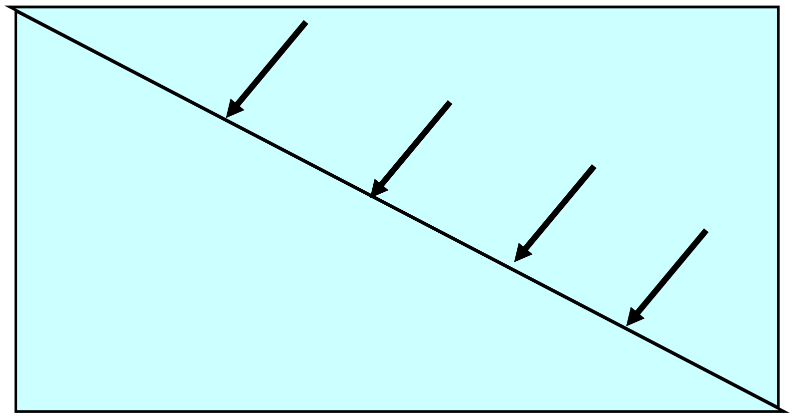
S.I

$$\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{N}{m^3}$$

C.G.S

$$\frac{g}{cm^3} \cdot \frac{cm}{s^2} = \frac{dina}{cm^3}$$

Fuerza por unidad de superficie

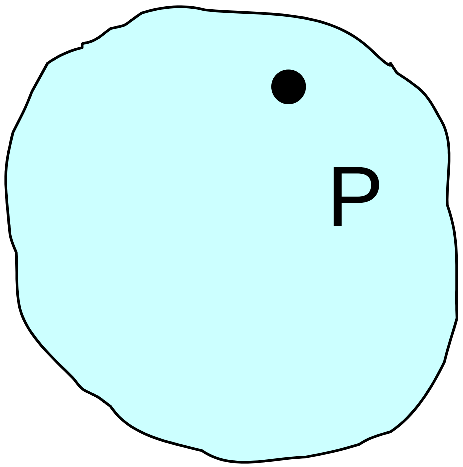


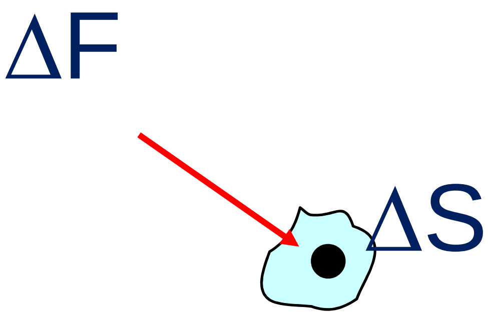
Fuerzas que se ejerce perpendicularmente a una superficie dada

$$P = \frac{F}{S}$$

Presión en un punto de un fluido

Considerar un entorno muy pequeño del punto. Sobre un elemento diferencial de superficie ΔS actúa perpendicularmente una fuerza ΔF





$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

Unidades de presión

Sistema internacional $$\frac{N}{m^2} = pascal\ (Pa)$$

$$1\frac{N}{m^2} = 1\frac{N}{m^2} \cdot 10^5 \frac{din}{N} \cdot \frac{1m^2}{10^4 cm^2} = 10\frac{din}{cm^2}$$

Sistema CGS $$\frac{dina}{cm^2} = baria$$

$$1\frac{N}{m^2} = 1\frac{N}{m^2} \cdot \frac{1kp}{9{,}8N} = \frac{1}{9{,}8}\frac{kp}{m^2}$$

Sistema técnico $$\frac{kp}{m^2}$$

Otras unidades de presión

1 bar = 1 millón de barias $=10^6$ barias $=10^5$ Pa

milibar = milésima parte del bar $=10^{-3}$bar$=10^3$barias$=10^4$ pa

1 atmósfera= presión que ejerce una columna de mercurio de 76 cm de altura sobre su base

$$P_0 = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\left(\rho_{Hg} V\right) g}{S} = \frac{\left(\rho_{Hg} Sh\right) g}{S} = \rho_{Hg} gh = 13,6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} 0,76 m = 1,013 \cdot 10^5 Pa$$

cm de mercurio: presión que ejerce una columna de mercurio de 1cm de altura, sobre su base

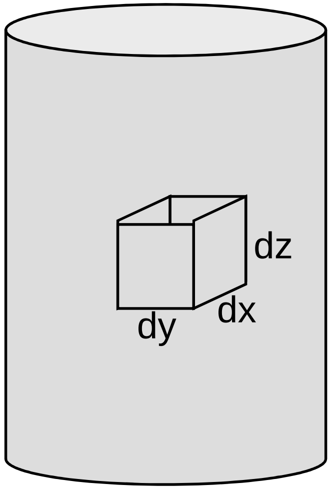
mm de mercurio, también denominado torr

Atmósfera técnica = kp/cm^2

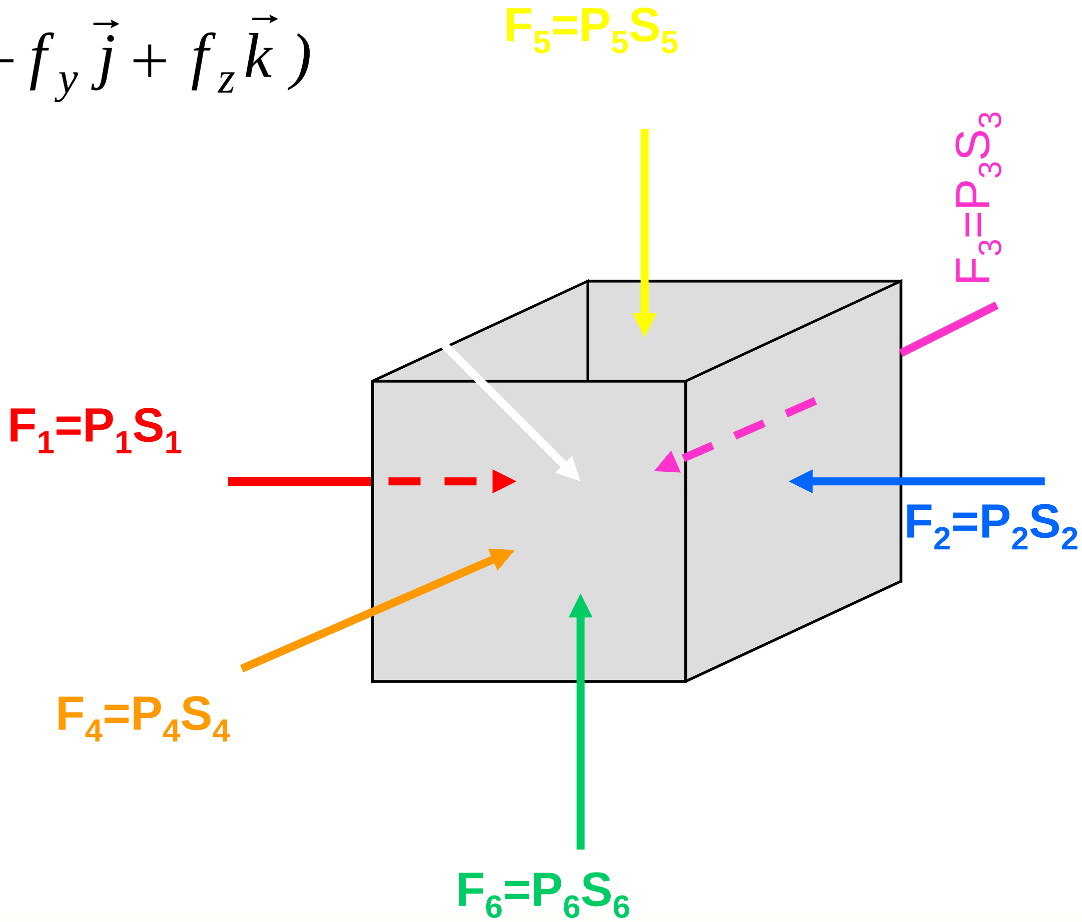
$$1 atm = 1,013 \cdot 10^5 \, Pa = 1,013 \cdot 10^6 \, baria = 1,013 \; bar = 1013 \; mbar$$

$$1 atm = 76 cmHg = 760 \;\; torr = 1,033 \; \frac{kp}{cm^2}$$

Ecuación fundamental de la hidrostática



$$\vec{F} = dm(f_x \vec{i} + f_y \vec{j} + f_z \vec{k})$$



En el equilibrio, la resultante de las fuerza aplicadas es nula

$P_1 dydz - P_2 dydz + f_x \rho dxdydz = 0$

$$P_2 = P_1 + \frac{\partial P}{\partial x} dx$$

$P_3 dxdz - P_4 dxdz + f_y \rho dxdydz = 0$

$$P_4 = P_3 + \frac{\partial P}{\partial y} dy$$

$P_5 dxdy - P_6 dxdy + f_z \rho dxdydz = 0$

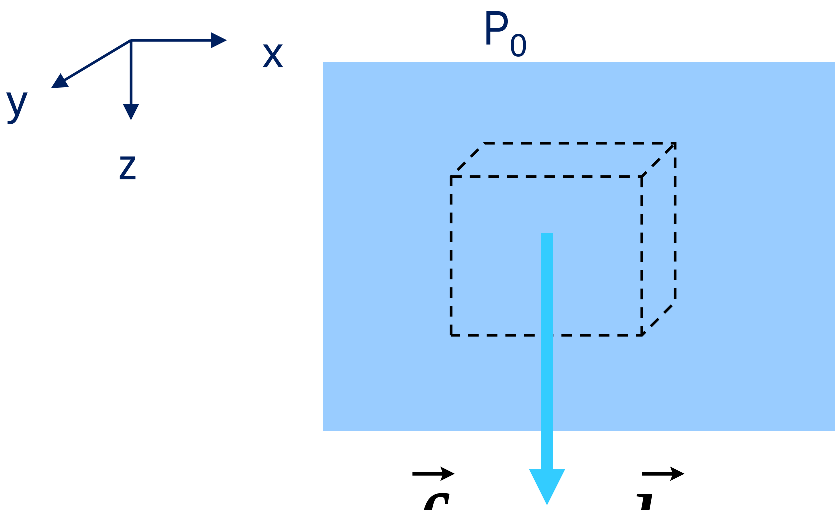
$$P_6 = P_5 + \frac{\partial P}{\partial z} dz$$

$$\left.\begin{aligned} \rho f_x - \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \rho f_y - \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \\ \rho f_z - \frac{\partial P}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\vec{f} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} \right)$$

Ecuación fundamental de la hidrostática en el campo gravitatorio

Permite calcular la presión de un fluido de densidad ρ a cualquier distancia z de la superficie libre



$$\vec{f} = g\vec{k}$$

$$\vec{f} = g\vec{k} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$g = \frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx}$$

$$dP = \rho g dz$$

$$P = P_0 + \rho g z$$

La presión de un fluido aumenta linealmente con la profundidad

Ecuación fundamental de la hidrostática en el campo gravitatorio

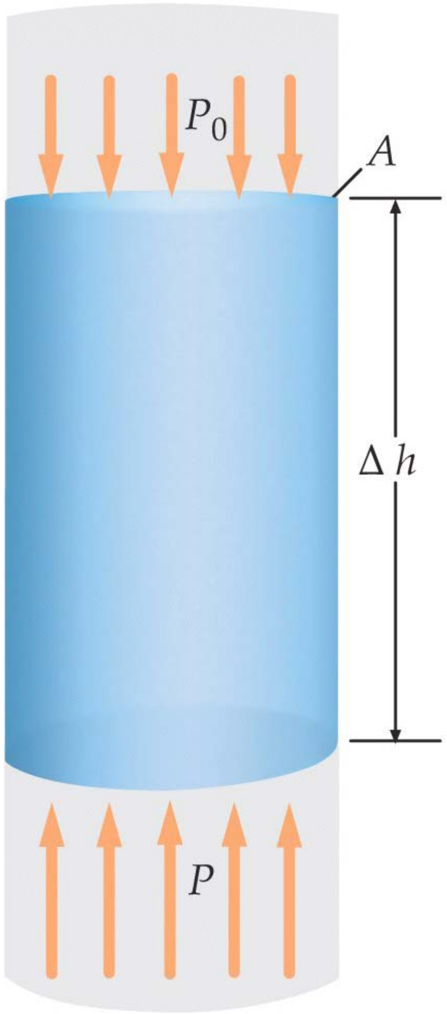
Las superficies de isopresión son las superficies equipotenciales

$$P = P_0 + \rho g z = Cte \xrightarrow[P = Cte]{} z = Cte$$

$$\vec{f} = g\vec{k} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} \right)$$

$$\Downarrow$$

$$U = U_0 - gz \xrightarrow{U = Cte} z = Cte$$

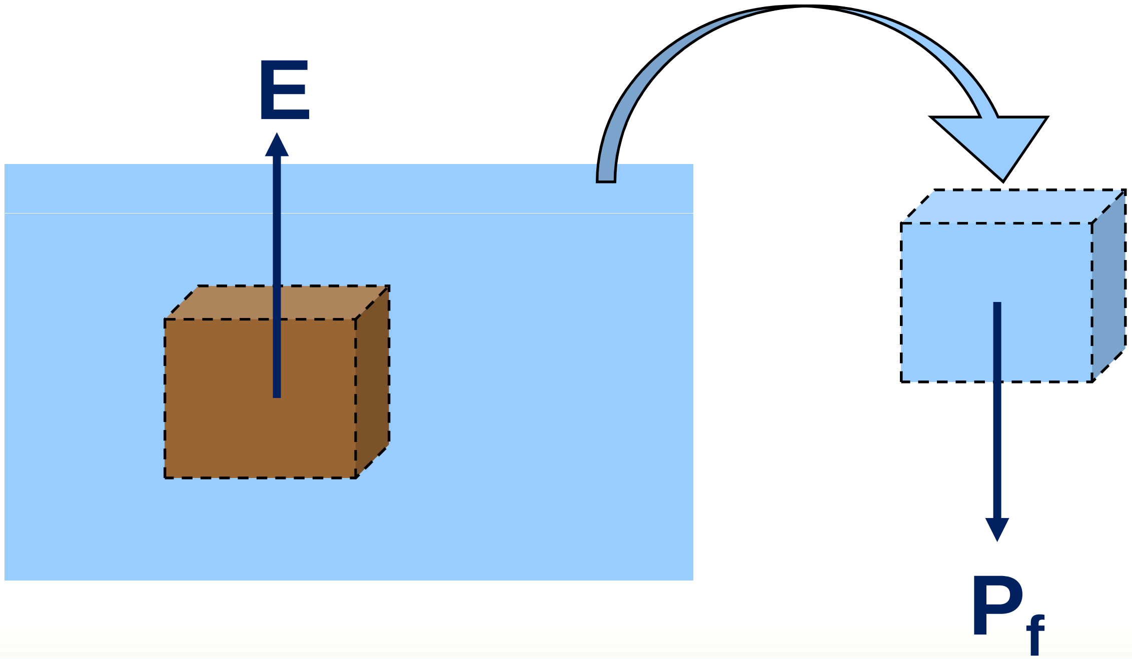


$$P = P_0 + \rho g \Delta h$$

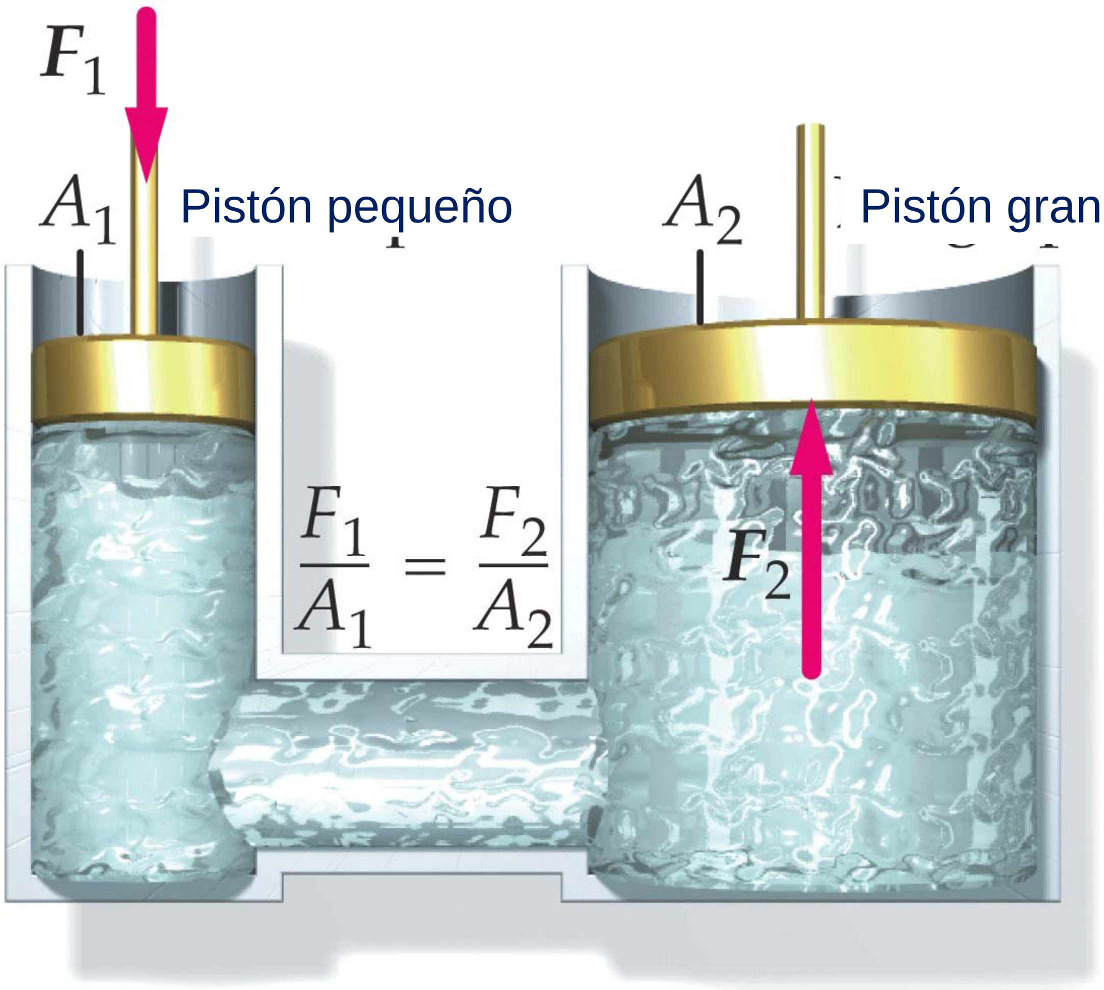
Principio de Arquímedes

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del fluido desalojado

Cuando se introduce un cuerpo de peso P_c en un fluido, se desaloja un volumen V de dicho fluido cuyo peso es P_f=E

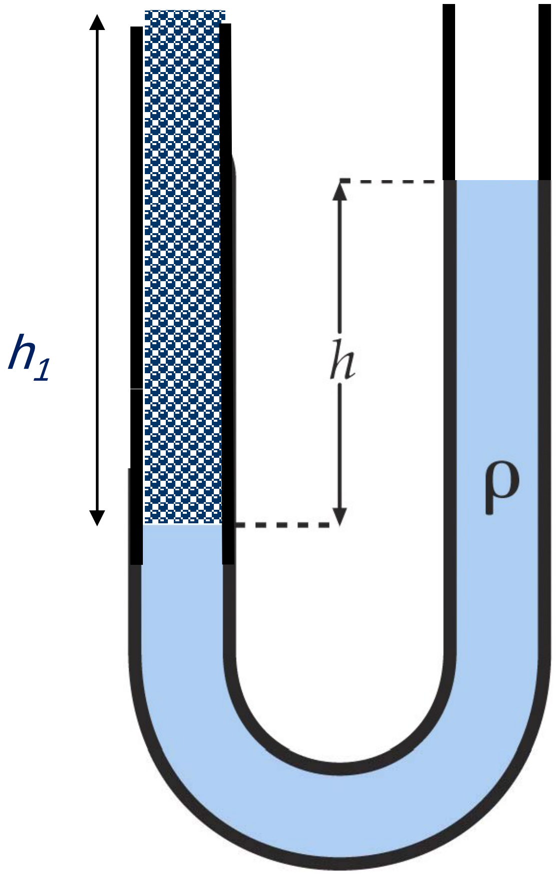


Prensa hidráulica



Ejerciendo una pequeña fuerza F_1 se obtiene una fuerza grande F_2 que permite prensar grandes pesos

Vasos comunicantes



Calculo de la densidad ρ_1 un líquido

$$P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho g h$$

$$\rho_1 h_1 = \rho h$$

$$\rho_1 = \rho \frac{h}{h_1}$$

El más denso es el que menos altura alcanza desde la línea de separación

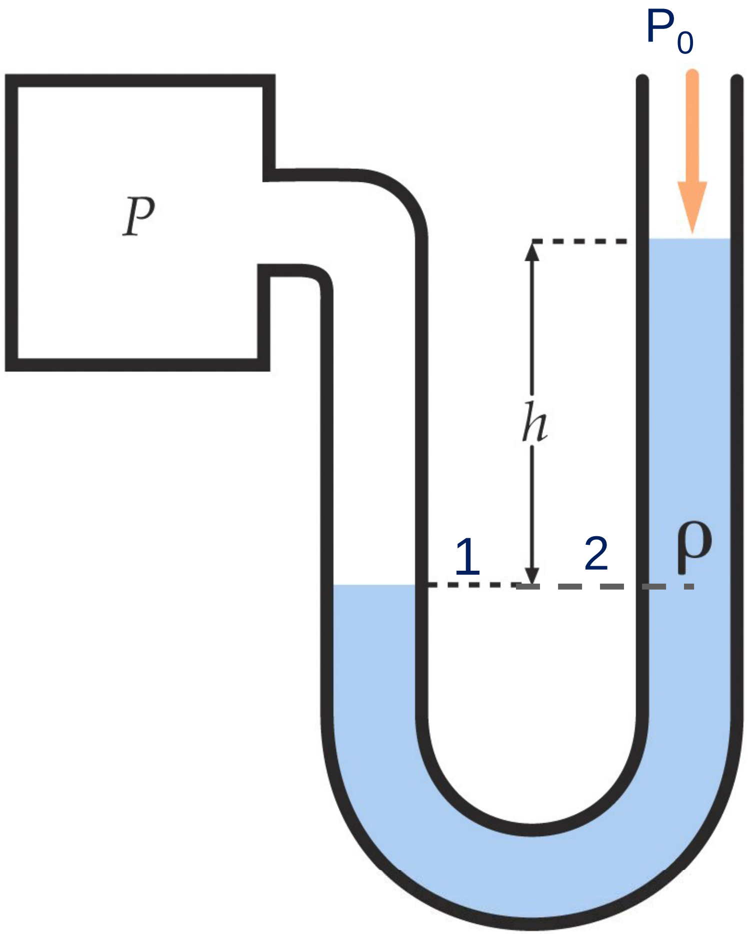
Aparatos de medida de la presión

Manómetros: Diferencias de presión

Barómetros: Presión atmosférica

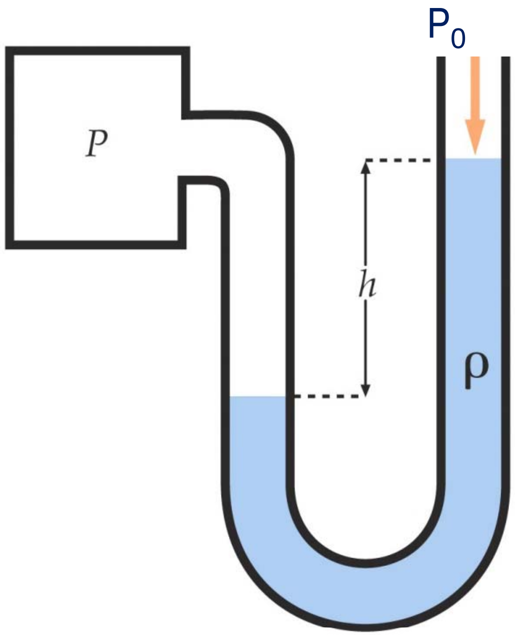
Manómetro: medida de presión manométrica

Manómetro. Fundamento físico



$$P_{gas} - P_0 = P_{man} = \rho g h$$

Manómetro. Fundamento físico

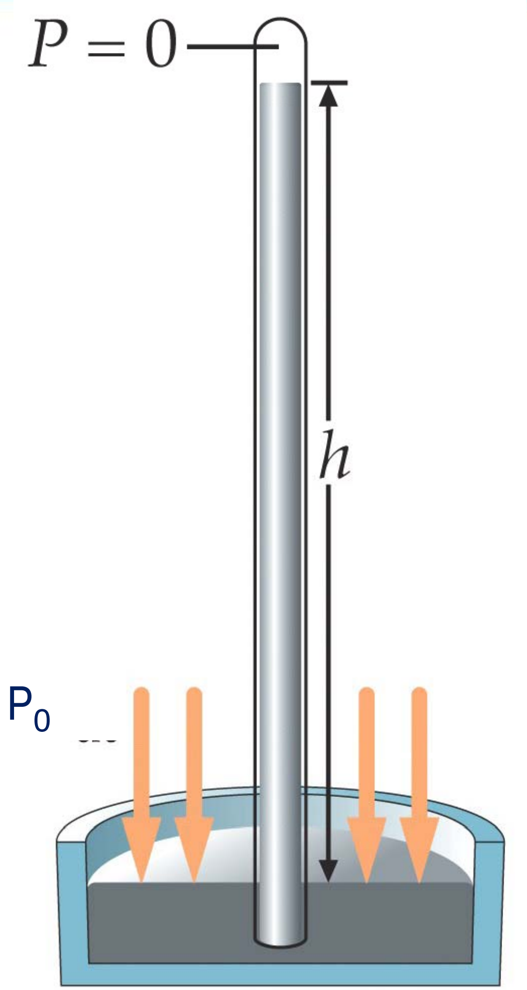


$$P_{gas} - P_0 = P_{man} = \rho g h$$

Midiendo la diferencia de alturas (h) entre la ramas, se conoce la presión manométrica multiplicando dicha diferencia de altura por el peso específico del líquido manométrico

La presión en la parte superior es nula

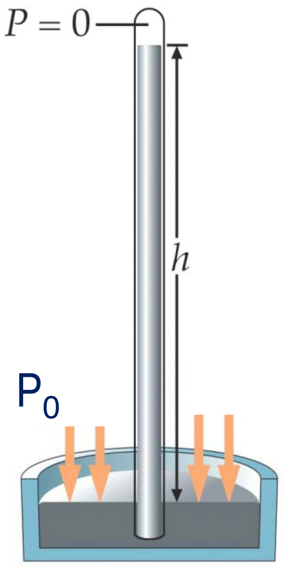
Barómetro. Fundamento físico



La presión es P_0: Fuerza por unidad de superficie que se ejerce sobre la base una columna de mercurio de altura h

$$P_0 = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{(\rho_{Hg} V) g}{S} = \frac{(\rho_{Hg} S h) g}{S} = \rho_{Hg} g h$$

Barómetro. Fundamento físico



$$P_0 = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\left(\rho_{Hg} V\right) g}{S} = \frac{\left(\rho_{Hg} Sh\right) g}{S} = \rho_{Hg}\, gh$$

Midiendo la altura (h) de la columna se conoce la presión atmosférica multiplicando dicha altura por el peso específico del líquido

Dinámica de fluidos

Flujo estacionario o permanente: la propiedades del fluido y las condiciones del movimiento en cualquier punto no cambian con el tiempo

Una partícula de fluido, en un punto determinado, tiene siempre la misma velocidad independientemente del instante en el que llegue a dicha posición

Flujo uniforme: la propiedades del fluido y las condiciones del movimiento en un instante dado no cambian con la posición

↓

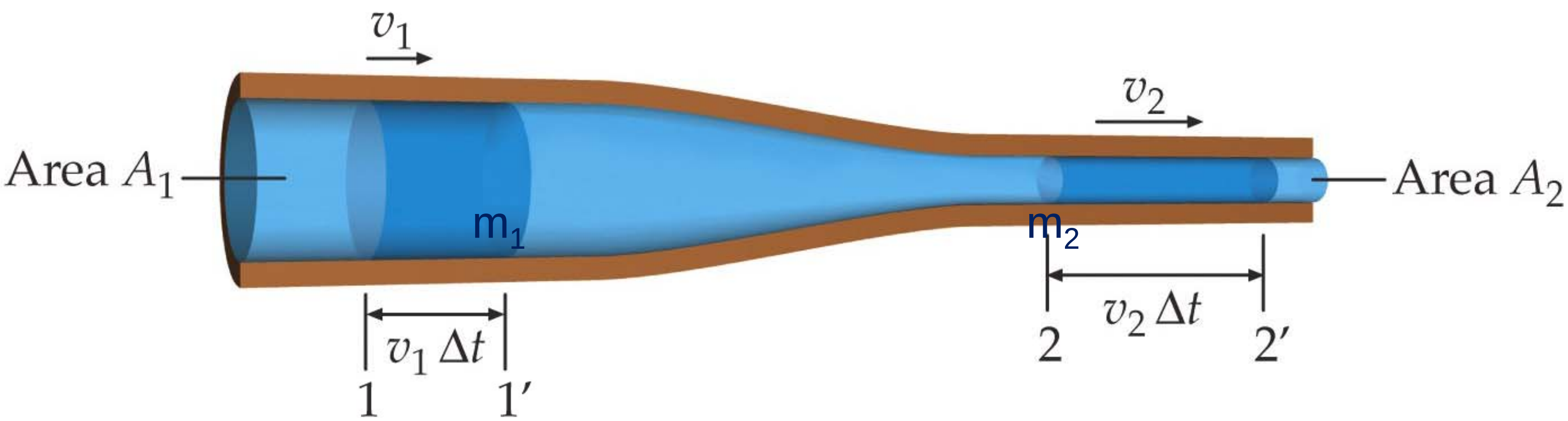
Una partícula de fluido, en un instante determinado, tiene siempre la misma velocidad independientemente del punto del espacio al que llegue

Líneas de corriente: curvas tales que en cada instante del movimiento son tangentes la vector velocidad

Trayectorias: Curva que siguen las partículas del fluido en su movimiento. Pueden coincidir o no con las líneas de corriente.

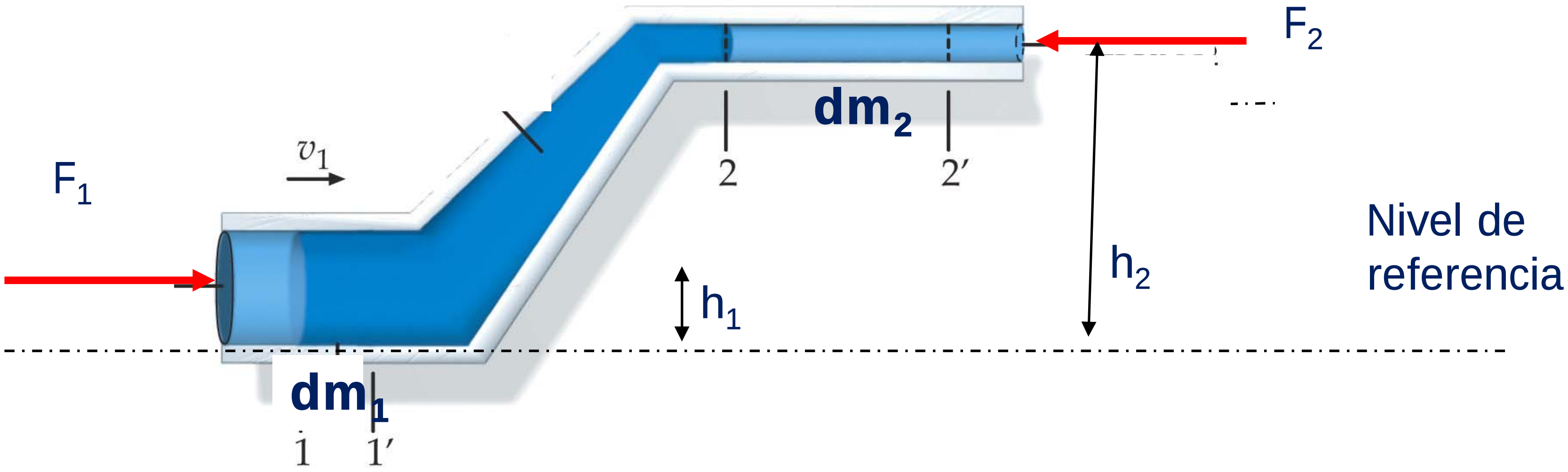
Si el flujo es uniforme y estacionario, las líneas de corriente coinciden con las trayectorias

Ecuación de continuidad



$A_1 v_1 = A_2 v_2 = Q =$ Caudal o gasto

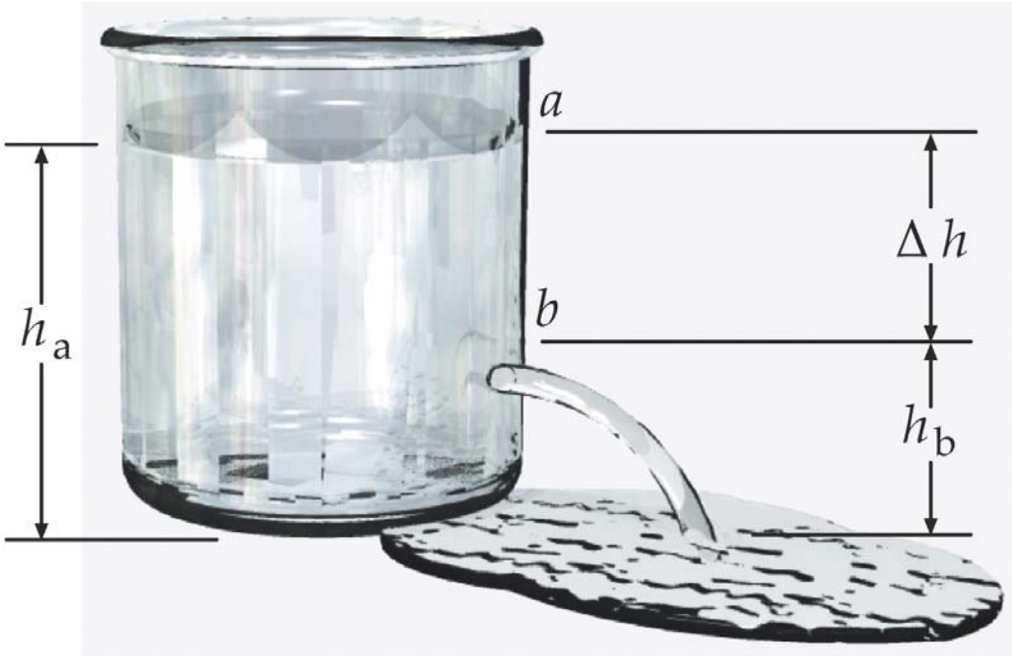
Teorema de Bernouilli



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Teorema de Torricelli

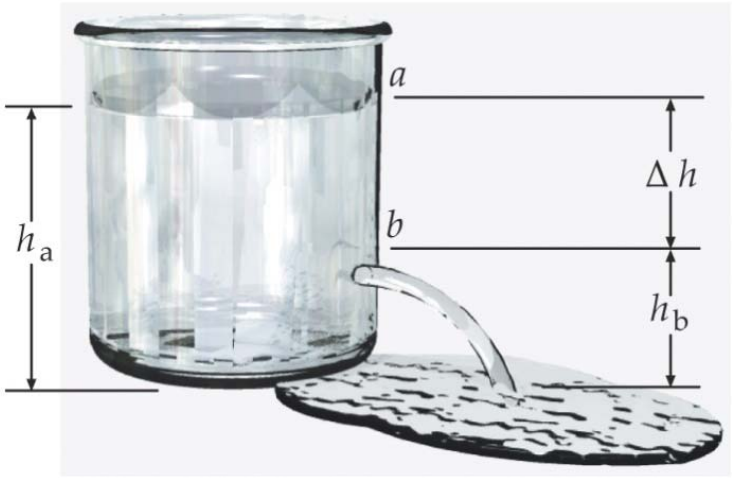
Velocidad de salida de un fluido por un orificio pequeño



La presión en a y b es la misma, la presión atmosférica

La velocidad del fluido en a es despreciable, por ser un depósito de grandes dimensiones

Teorema de Torricelli

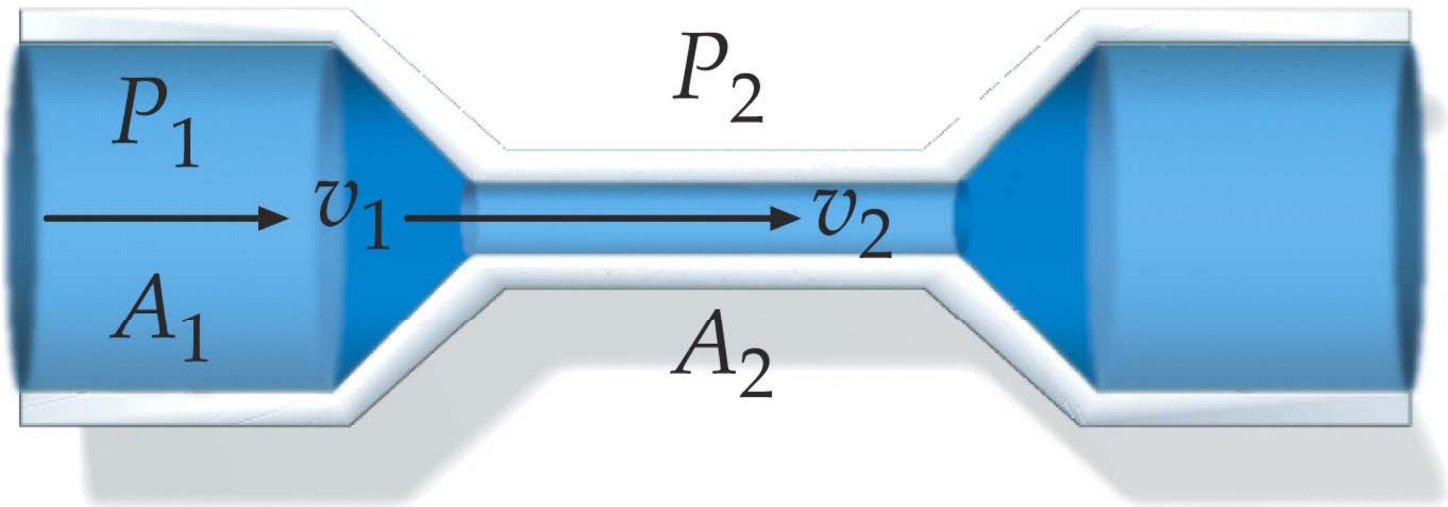


$$v_b = \sqrt{2g(h_b - h_a)} = \sqrt{2g\Delta h}$$

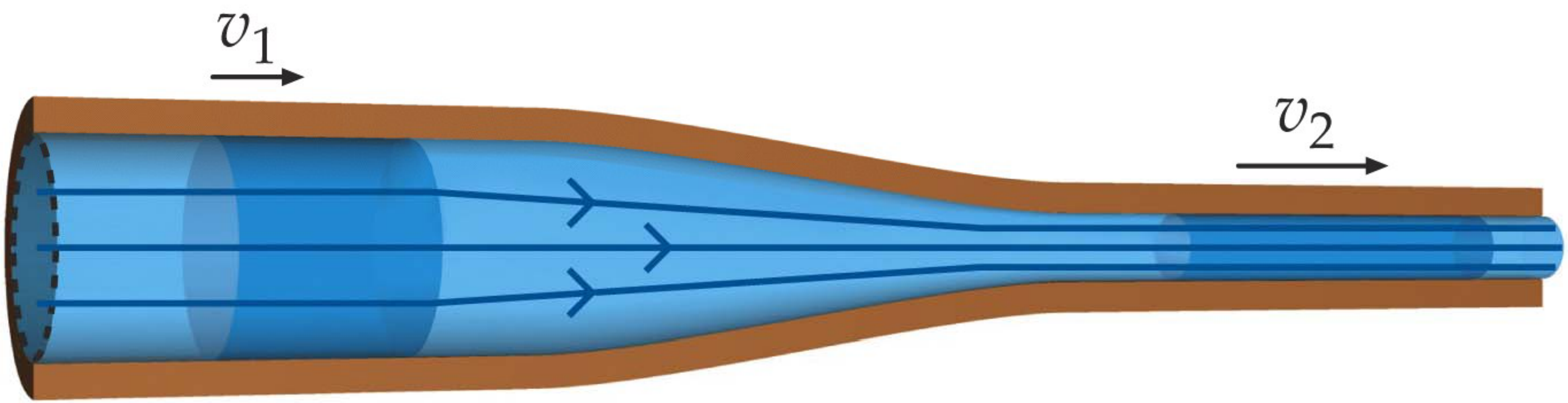
La velocidad de salida del fluido en el punto b es igual a la velocidad que adquiriría una partícula que se dejase en caída libre desde a, después de recorrer la distancia Δh

Efecto Venturi

En una tubería **horizontal**, como la velocidad es mayor en las secciones estrechas que en las anchas, la presión es menor en las zonas estrechas que en las anchas



$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 > 0$$

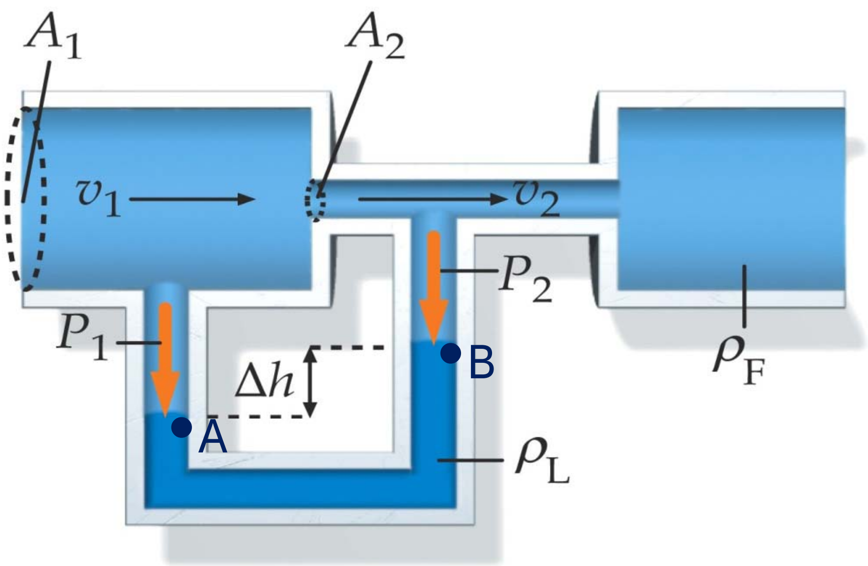


En la zona ancha, la presión es mayor que en la estrecha

En la zona ancha la velocidad es menor que en la estrecha

En la zona ancha las líneas de corriente están más separadas que en la estrecha

Tubo de Pitot. Medida de la velocidad de gases



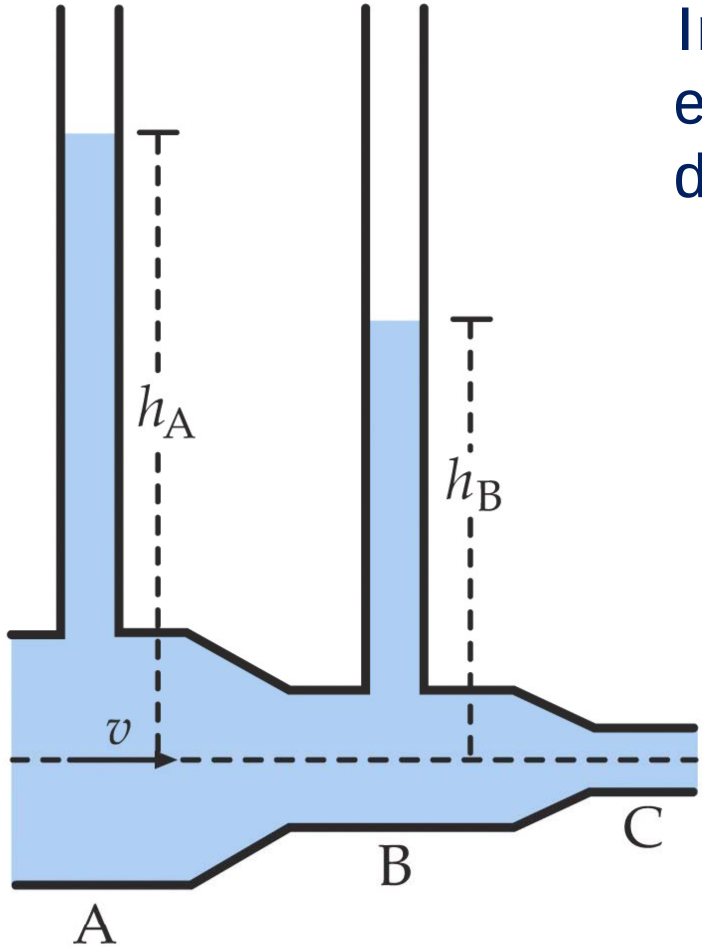
$$P_1 - P_2 = \rho_F g h + \rho_L g \Delta h$$

Aplicando conjuntamente las ecuaciones de Bernouilli y de continuidad

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_F (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\rho_F \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2 - v_1^2 \right) = \frac{v_1^2}{2A_2^2}\rho_F \left(A_1^2 - A_2^2 \right)$$

$$\frac{v_1^2}{2A_2^2}\rho_F \left(A_1^2 - A_2^2 \right) = \rho_F g h + \rho_L g \Delta h$$

Tubos piezométricos. Medida de la velocidad de líquidos



Insertamos unos tubos piezométricos en dos puntos situados en secciones distintas

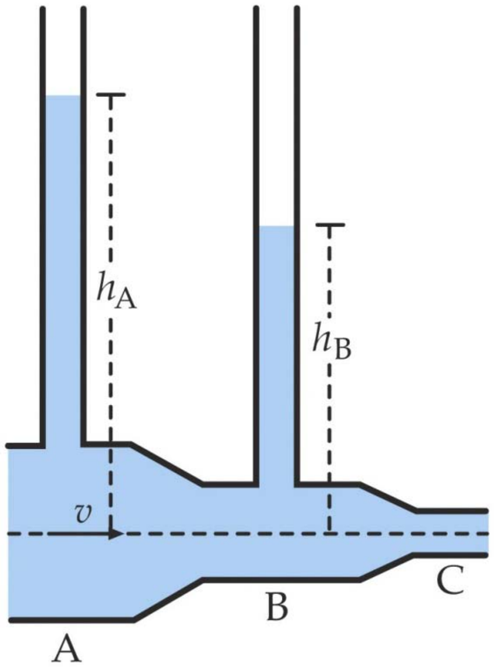
En el punto A, la presión es P_1 y en el punto B la presión P_2

$$P_A = P_o + \rho_F g h_A$$

$$P_B = P_o + \rho_F g h_B$$

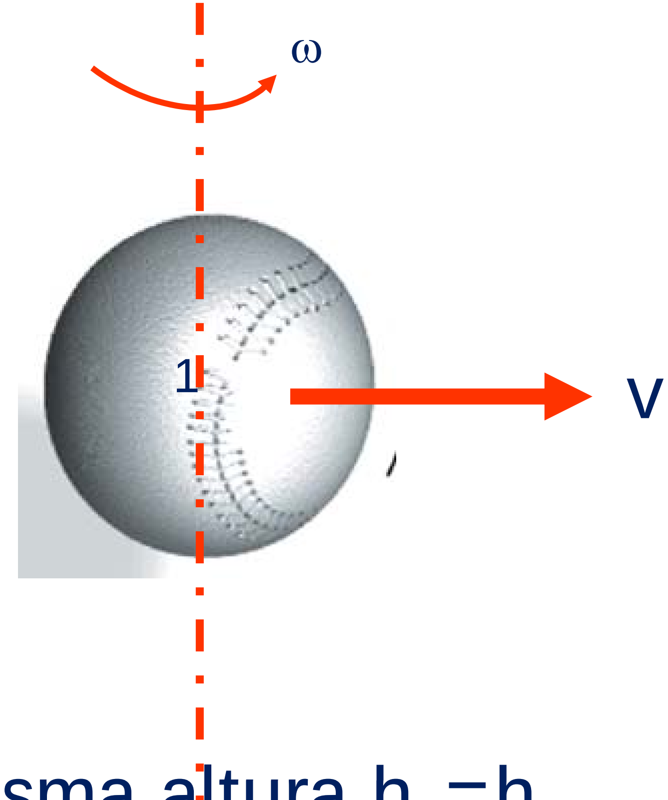
$$P_A + \frac{1}{2}\rho_F v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho_F v_B^2$$

Tubos piezométricos. Medida de la velocidad de líquidos



$$v_B = \sqrt{\frac{2g(h_A - h_B)A_B^2}{A_A^2 - A_B^2}}$$

Efecto Magnus. Desvío de la trayectoria



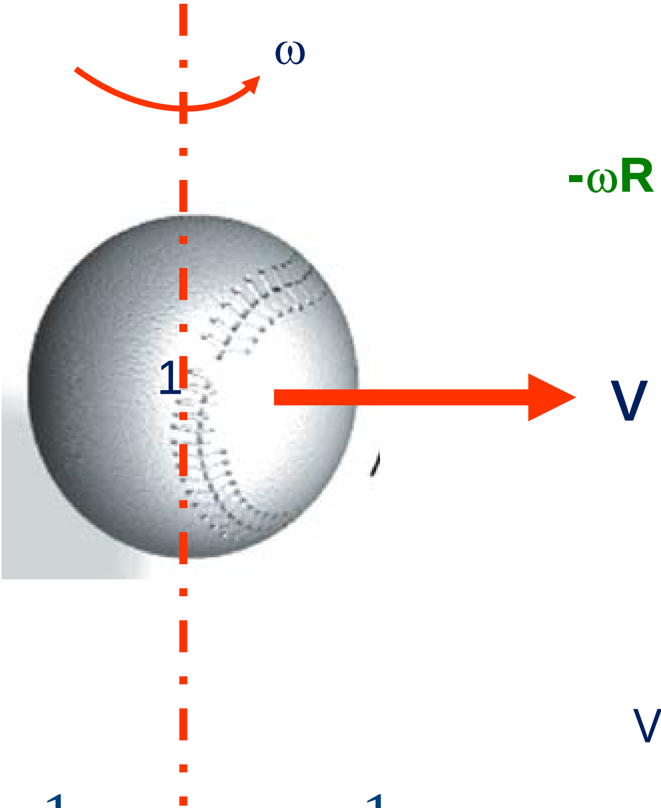
Punto 1, delante

Punto 2, detrás

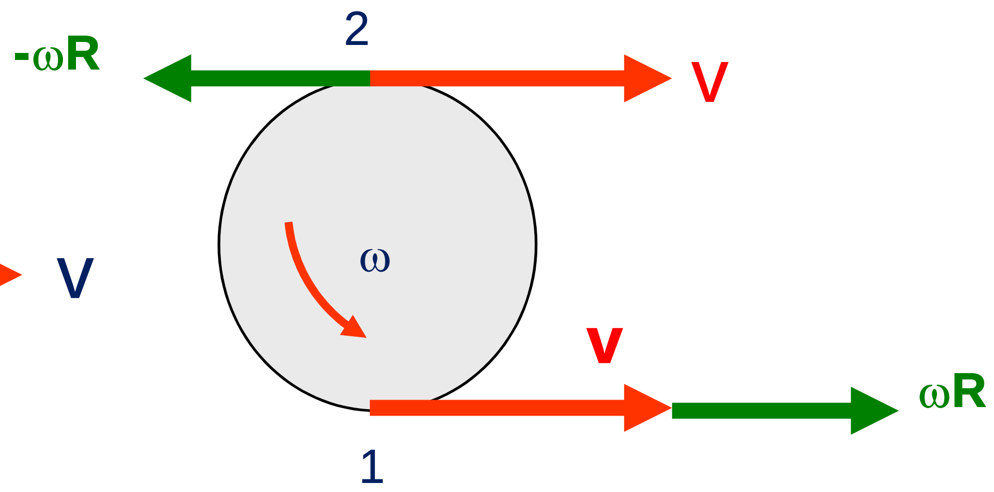
A la misma altura $h_1=h_2$

Ambos puntos la misma velocidad de traslación v

Efecto Magnus



Vista desde arriba



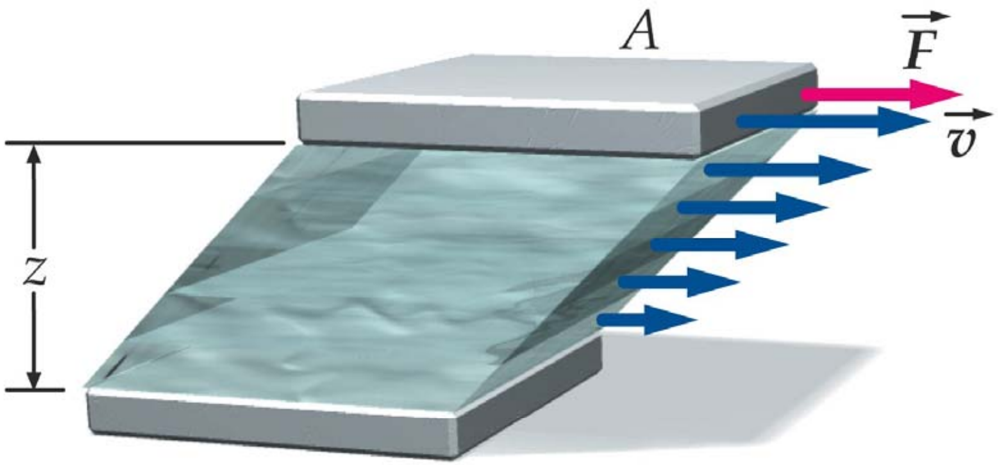
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Velocidad de 1 mayor que velocidad de 2

Presión de 2 mayor que presión de 1

El aire, debido a la diferencia de presión, empuja la esfera hacia delante

Fluidos viscosos



Al intentar desplazar unas capas sobre otras, aplicando una fuerza, aparece una fuerza de rozamiento interno entre capas que se opone a dicho deslizamiento. Esa fuerza de rozamiento interno se denomina viscosidad, es proporcional a la sección A de las superficies en contacto y a la variación de la velocidad con la altura z

$$F_v = -\mu A \frac{dv}{dz}$$

Coeficientes de viscosidad

$$[\mu] = \left[\frac{F \cdot \frac{dv}{dz}}{A} \right] = \frac{MLT^{-2} \cdot \frac{L}{LT^{-1}}}{L^2} = ML^{-1}T^{-1} = \frac{[F][T]}{[A]}$$

$$\frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$$

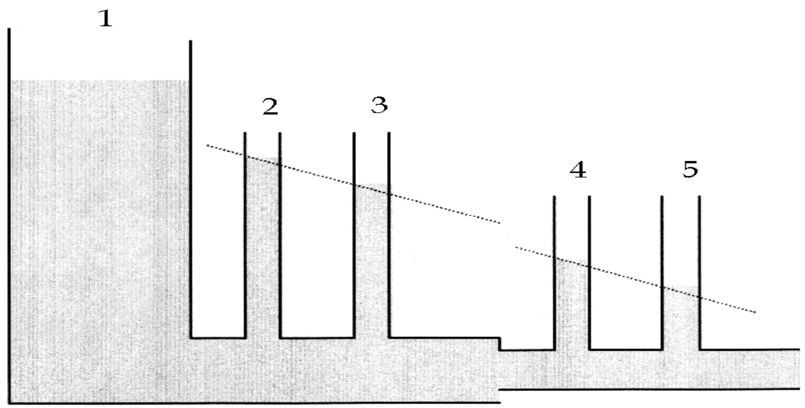
$$\frac{dina \cdot s}{cm^2} = poise$$

$$\eta = \frac{\mu}{\rho}$$

$$[\eta] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} = L^2T^{-1} \quad \frac{m^2}{s}$$

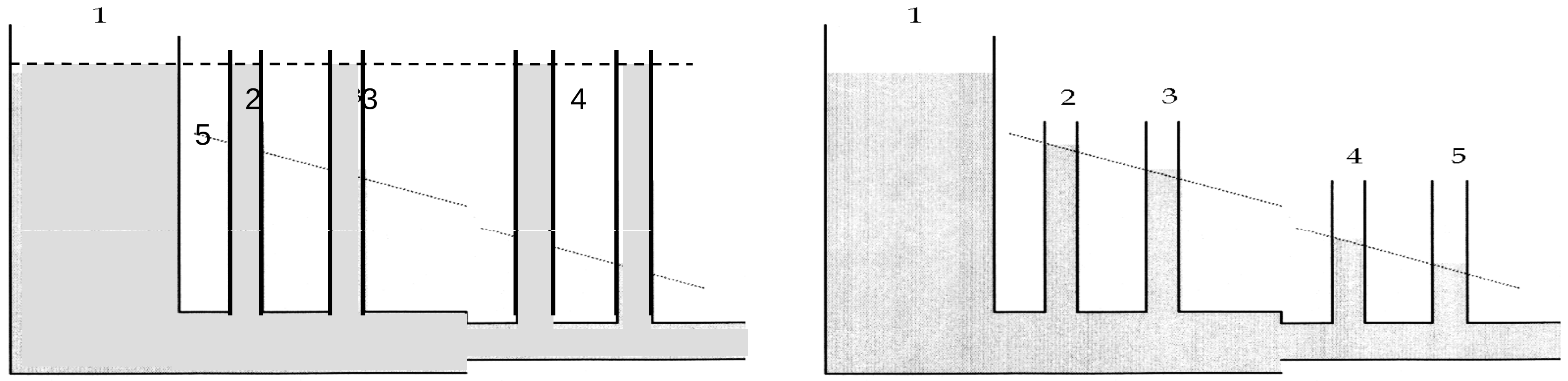
$$\frac{cm^2}{s} = stokes$$

Pérdida de carga. Ley de Poiseuille



Según Bernouilli, si un fluido ideal circula por una tubería horizontal de sección constante, la presión en todos sus puntos es la misma. Cuando el fluido es viscoso hay pérdida de presión y en los puntos 2 y 3 (la sección es la misma) no hay la misma presión, y en los puntos 4 y 5 tampoco

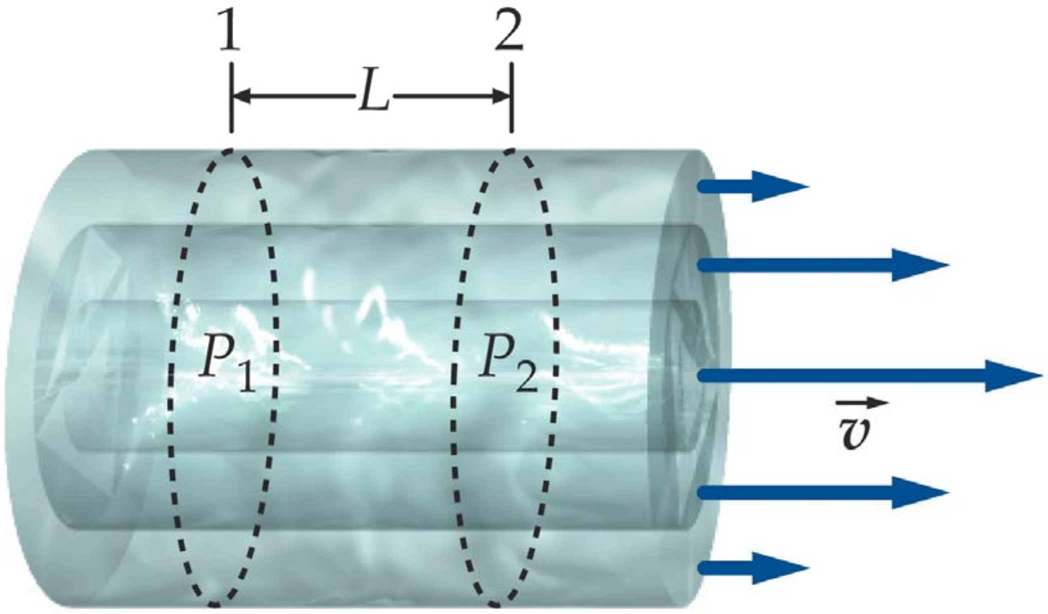
Pérdida de carga. Ley de Poiseuille



Según Bernouilli, si un fluido ideal circula por una tubería horizontal de sección constante, la presión en todos sus puntos (2, 3, 4 y 5) es la misma. Cuando el fluido es viscoso hay pérdida de presión y en los puntos 2 y 3 (la sección es la misma) no hay la misma presión, y en los puntos 4 y 5 tampoco

Pérdida de carga. Ley de Poiseuille

Por una conducción de radio R y longitud L circula un fluido de viscosidad dinámica μ



$$\Delta P = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4}$$