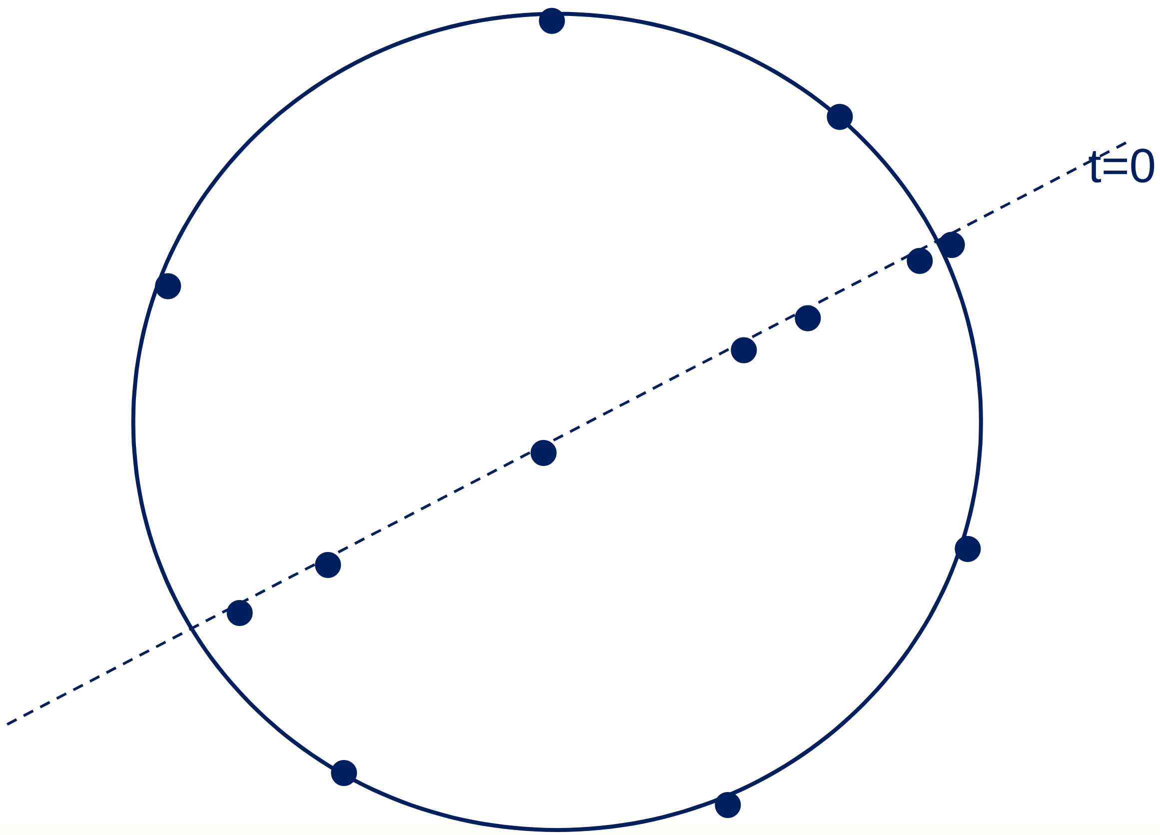
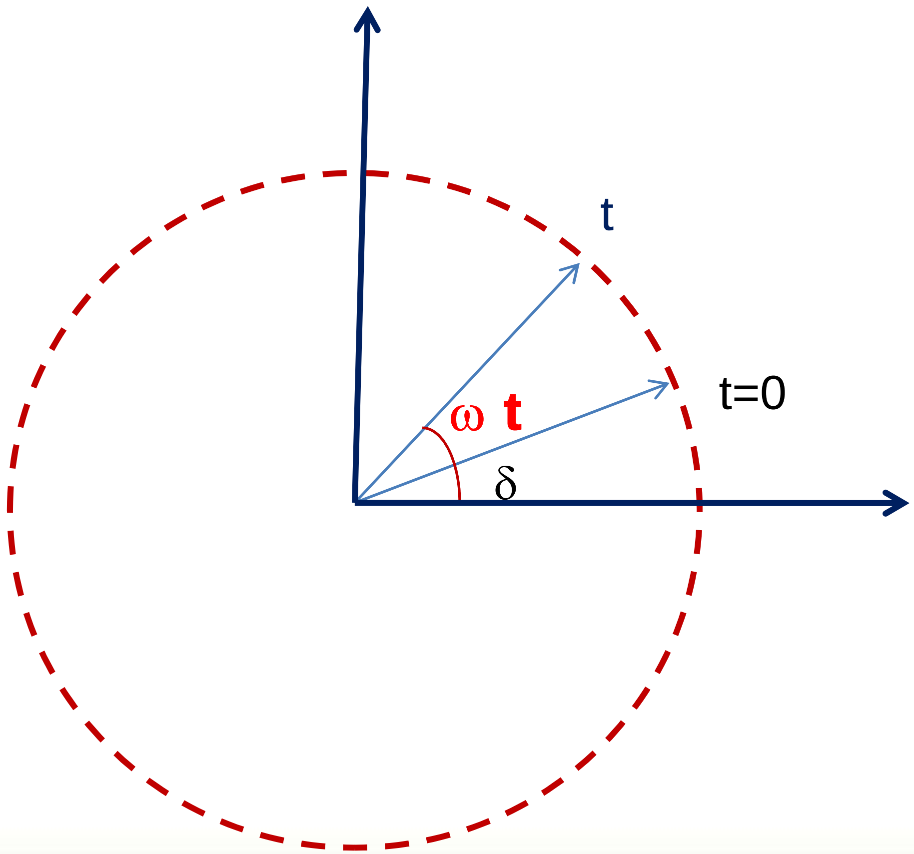
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
E.T.S. de Ingenieros Agrónomos

Movimiento armónico simple

Proyección de un movimiento circular uniforme, sobre un diámetro



Elegimos el diámetro el eje OX; la posición de la partícula, sobre el diámetro, en un instante t es $x=A\cos(\omega t+\delta)$

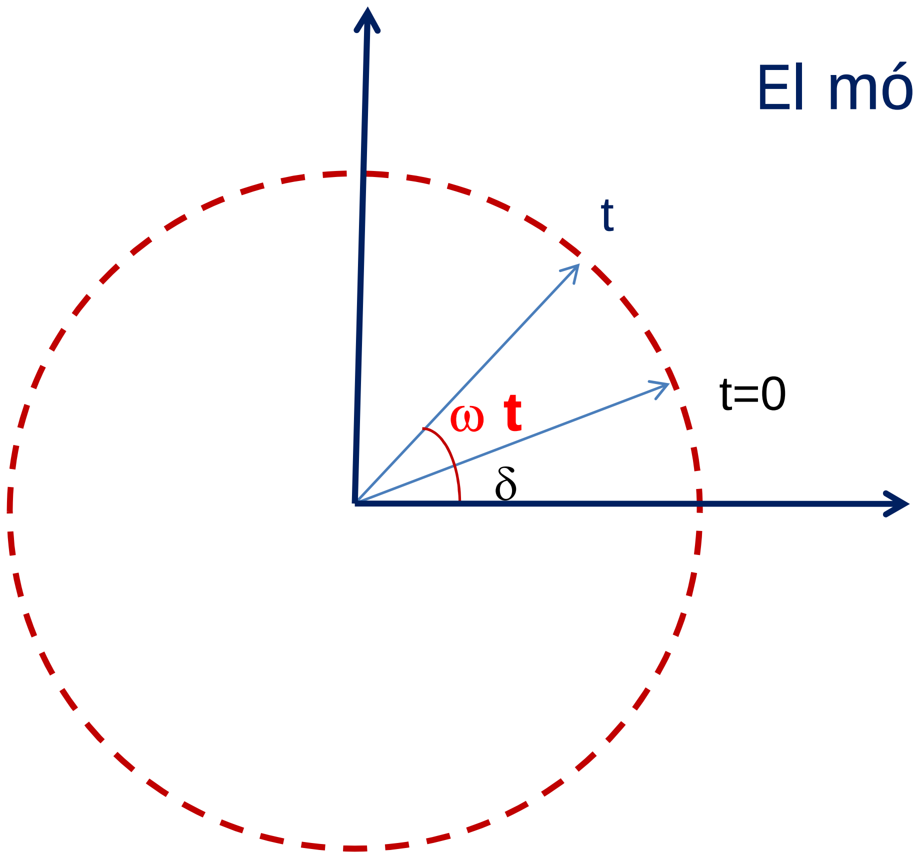


La velocidad es

$x' = -A\omega \, \mathrm{sen}(\omega t+\delta)$

El módulo de la velocidad es $A\omega$

La aceleración es $x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$



El módulo de la aceleración es $A\omega^2$

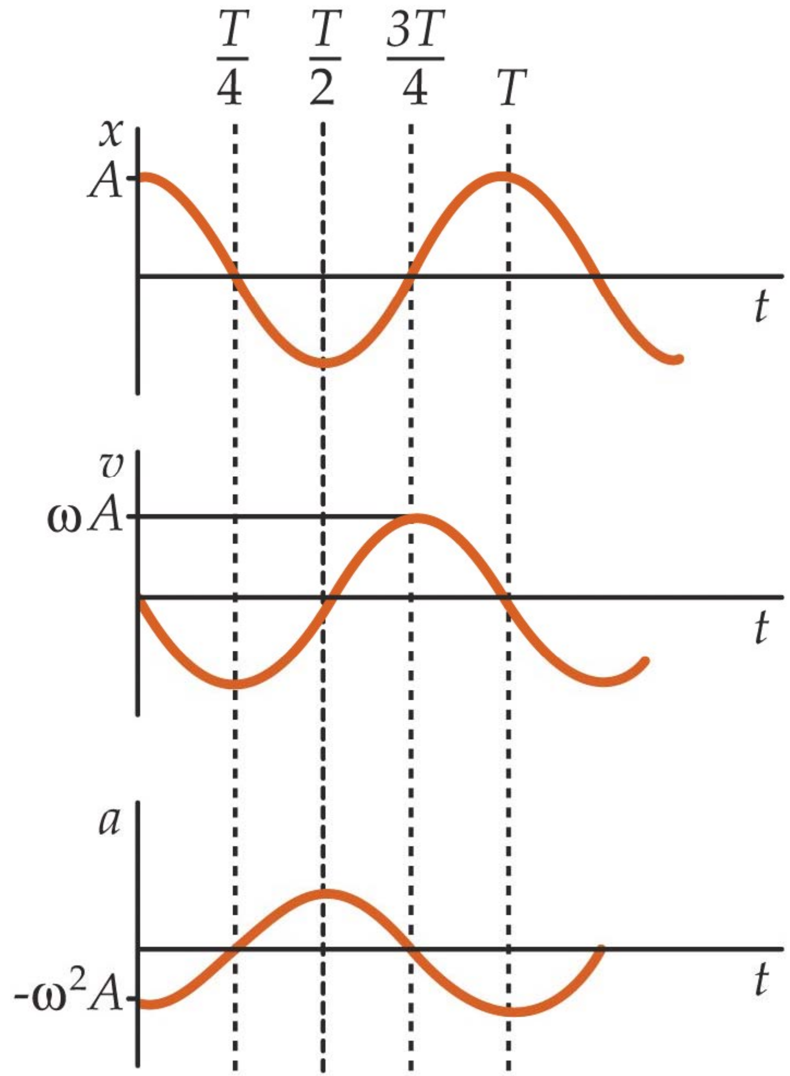
Ecuación diferencial del movimiento

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$x' = -A\omega sen(\omega t + \delta)$$

$$x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta)$$

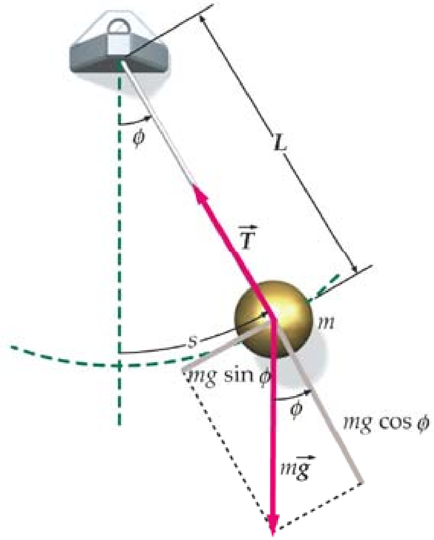


Descripción dinámica

Movimiento que realiza una masa, cuando se separa de su posición de equilibrio estable. La masa está sometida a una fuerza atractiva hacia la posición de equilibrio estable, que es función de la distancia que separa en cada instante a la masa de la posición de equilibrio

Al separar la masa de la posición de equilibrio estable, surge una fuerza que tiende a devolverla a la posición de equilibrio

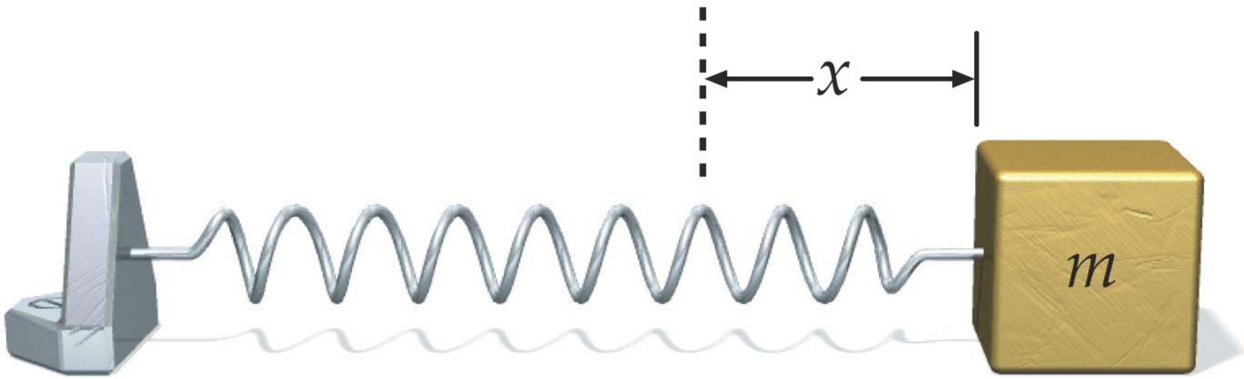
(a) Masa unida a un muelle de constante elástica k



(b) Péndulo simple

Masa m unida a un muelle de constante elástica k

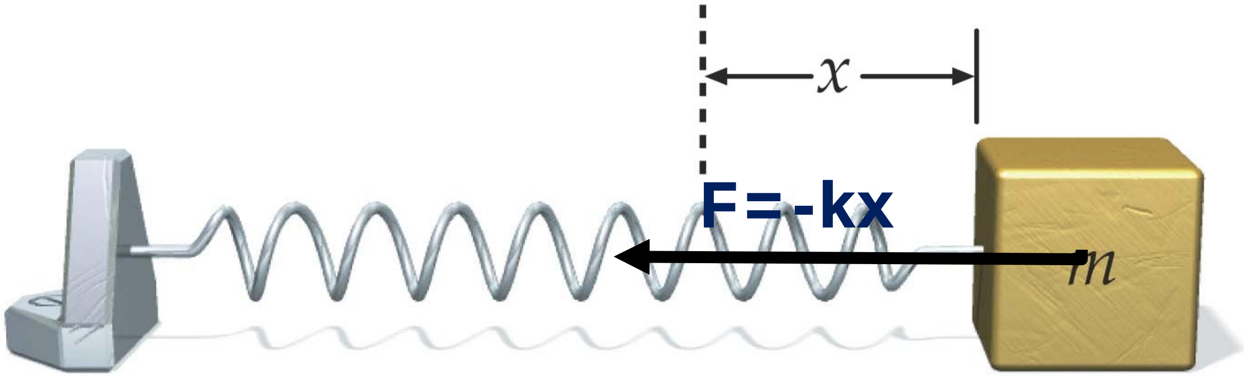
Una masa **m** unida a un muelle de constante elástica **k**, se separa l e



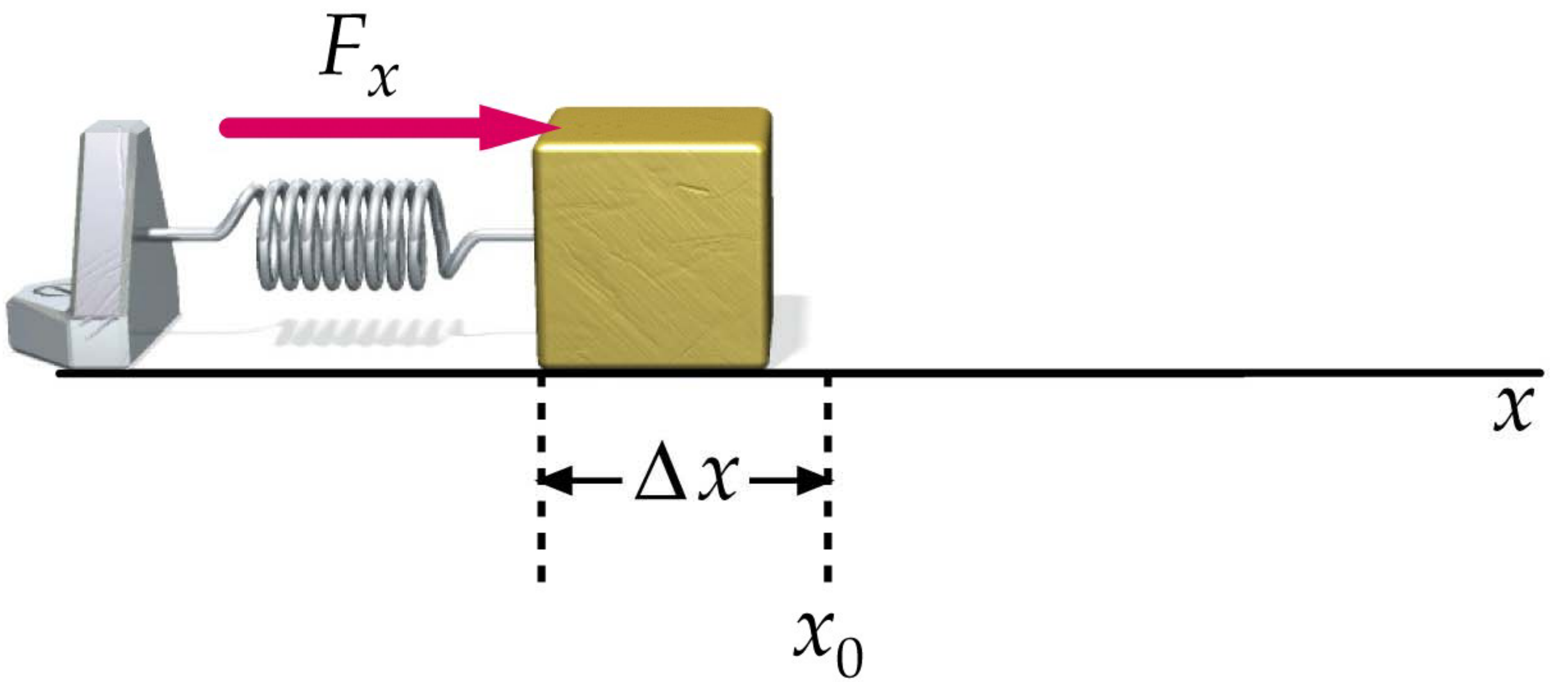
La masa realiza un movimiento periódico en torno a la posición de equilibrio, siendo x la distancia que separa en cada instante la masa de la posición de equilibrio

Sobre la masa actúa una fuerza, que tiende a llevarlo a la posición de equilibrio.

La fuerza F que actúa, es función de la distancia x que separa en cada instante la masa de la posición de equilibrio. Cuanto más alejada está la masa, la fuerza que lo devuelve a la posición de equilibrio es mayor



$F_x = -k\,\Delta x$ es positiva porque Δx es negativa



$x = A\cos(\omega t + B)$ Elongación (t)

$x_{\max} = A$ Amplitud: Máximo valor de x

$x' = -A\omega sen(\omega t + B)$ Velocidad (t)

$x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + B) = -\omega^2 x$ Aceleración (t)

$x'' + \omega^2 x = 0$ Ecuación diferencial

$$F = -kx = mx''$$

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

$$x'' + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$ Pulsación o frecuencia propia

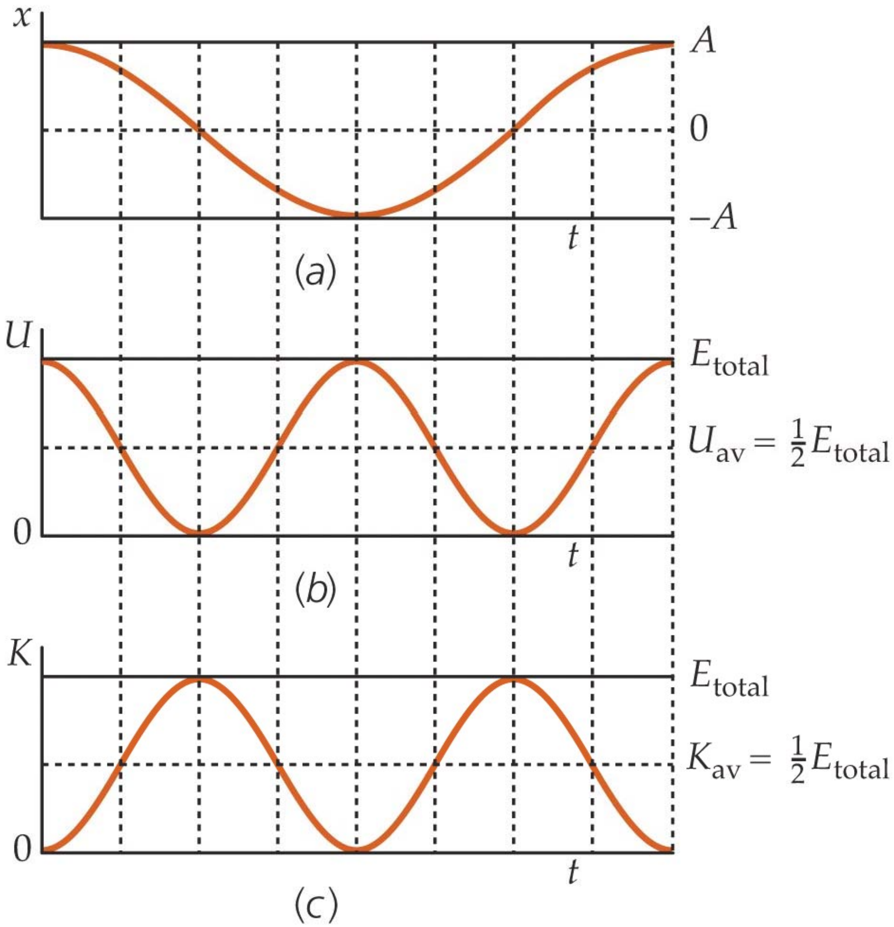
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ Periodo

$$\vec{F} = -kx\vec{i} = -\frac{dU}{dx}\vec{i}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + B)$$

$$E_c = \frac{1}{2}mx'^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 sen^2(\omega t + B) = \frac{1}{2}kA^2 sen^2(\omega t + B)$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + B) + \frac{1}{2}kA^2 sen^2(\omega t + B) = \frac{1}{2}kA^2$$

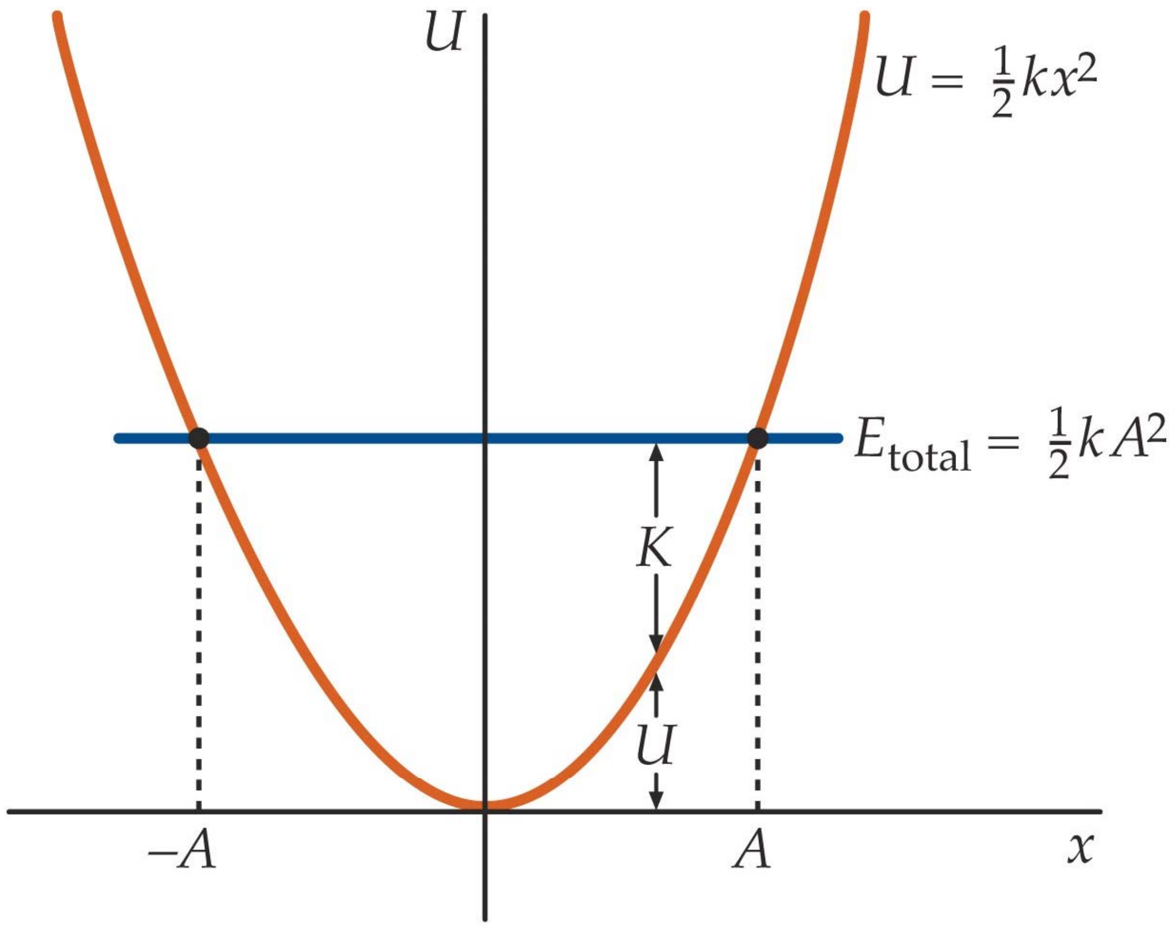


$$x = A\cos(\omega t + B)$$

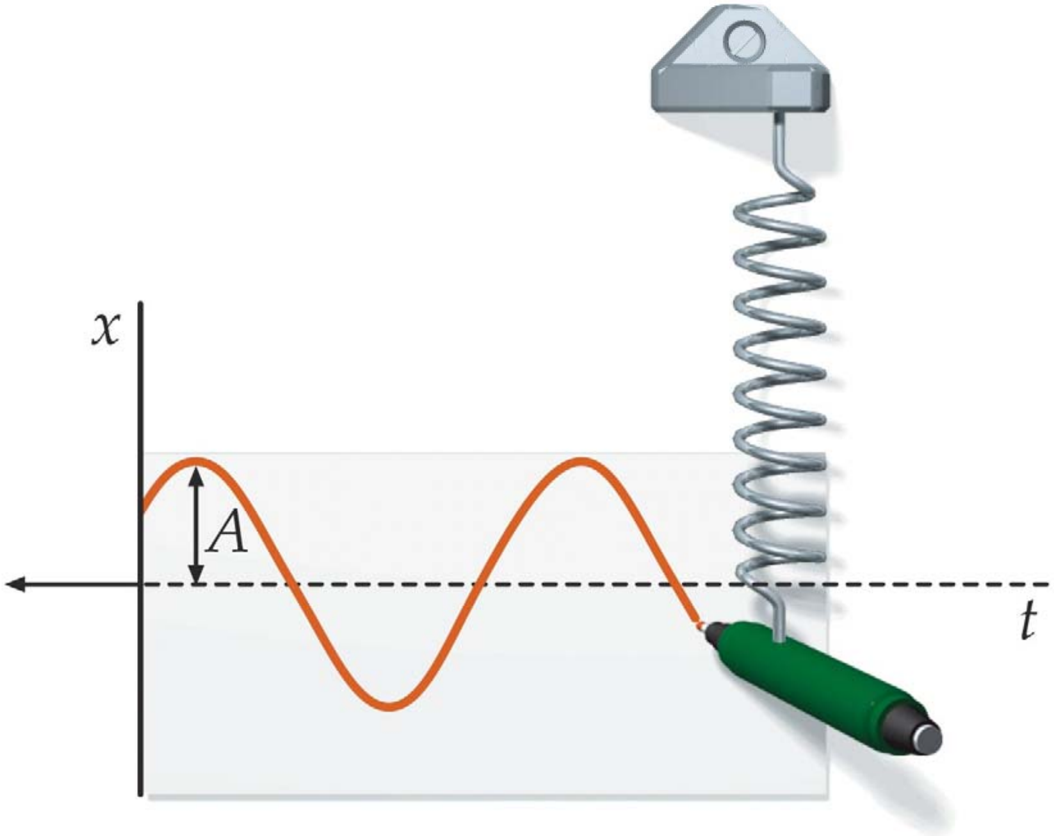
$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$E_c = \frac{1}{2}mx'^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 sen^2(\omega t + \delta)$$

$$E_{tot} = U + E_c = \frac{1}{2}kA^2$$


U
$U = \frac{1}{2}kx^2$
$E_{total} = \frac{1}{2}kA^2$
K
U
–A
A
x

La partícula realiza oscilaciones en torno a la posición de equilibrio. La máxima distancia que se separa es A (amplitud)

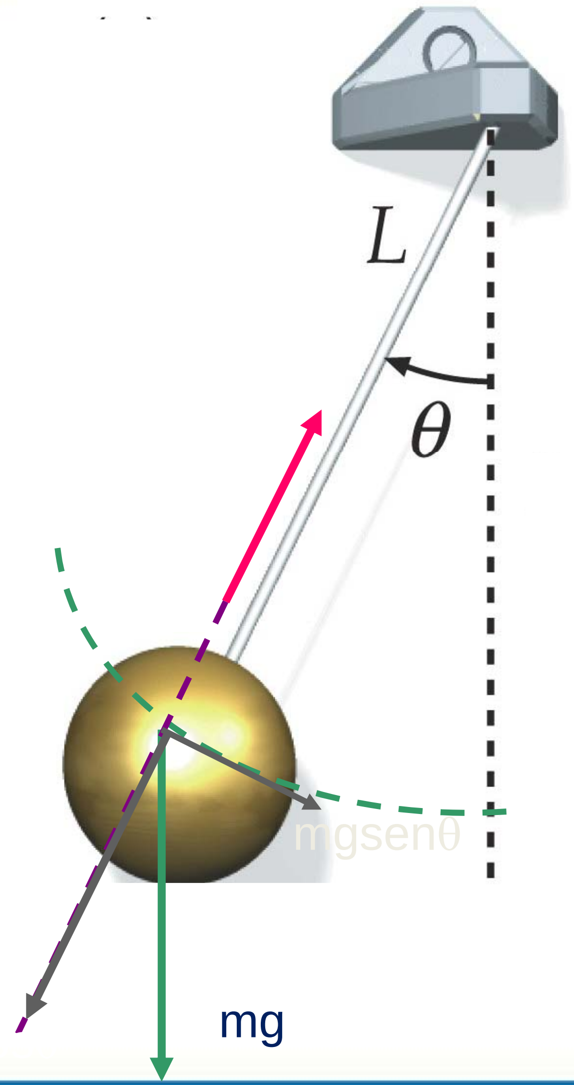


Masa m unida a un hilo inextensible de longitud L

La masa se separa ligeramente de la posición de equilibrio estable

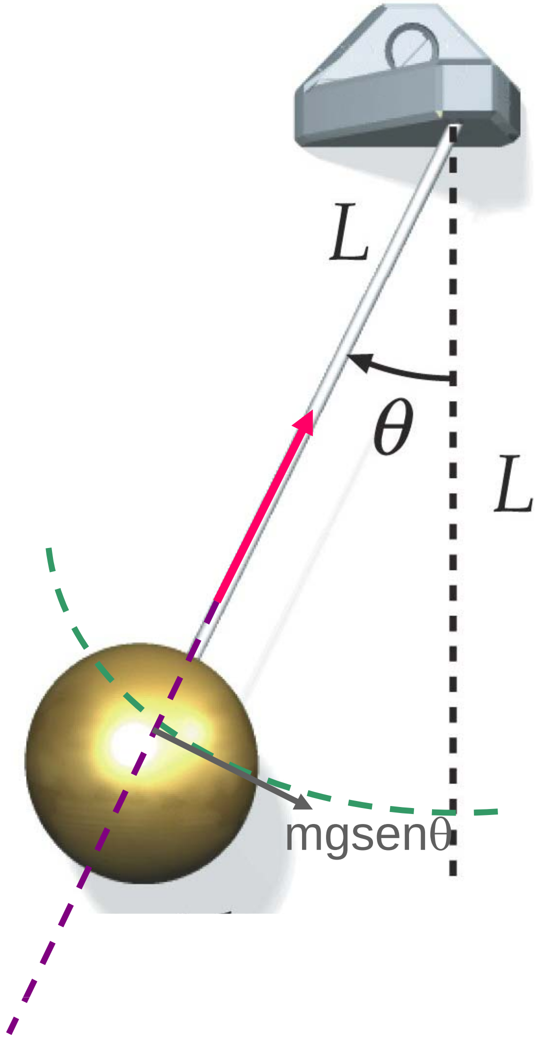
Una masa **m** unida a un hilo de longitud L y masa despreciable, se separa ligeramente de la posición de equilibrio estable

La masa realiza un movimiento periódico en torno a la posición de equilibrio, siendo θ el ángulo que forma el hilo con la vertical



Sobre la masa actúa una fuerza, mgsenθ, que tiende a llevarlo a la posición de equilibrio.

La fuerza F que actúa, es función del ángulo θ que separa en cada instante la masa de la posición de equilibrio. Cuanto más alejada está la masa, la fuerza que lo devuelve a la posición de equilibrio es mayor

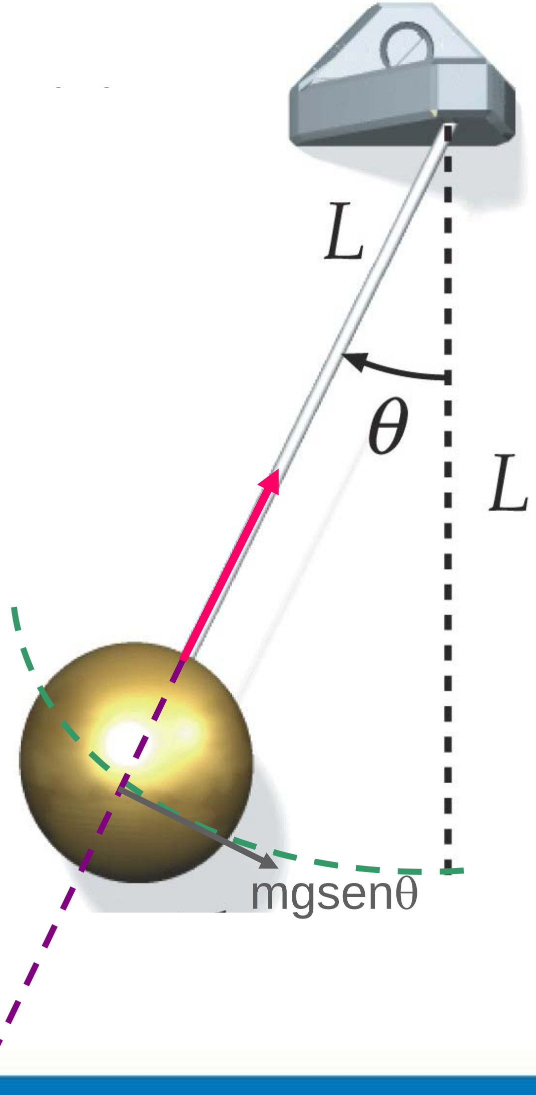


La ecuación diferencial del movimiento del movimiento de la masa es $F=-mg\,\mathrm{sen}\theta=mL\theta''$

Cuando el ángulo es pequeño $\mathrm{sen}\theta=\theta$

$F=-mg\theta=mL\theta''$, o bien $L\theta''+g\theta=0$, cuya solución es de la forma

$$\theta=A\cos(\omega t+B)$$



$$\theta = A\cos(\omega t + B)$$ Ángulo en función de t

$$\theta_{\max} = A$$ Amplitud: máximo valor del ángulo

$$\theta' = -A\omega sen(\omega t + B)$$ Velocidad (t)

$$\theta'' = -A\omega^2 \cos(\omega t + B) = -\omega^2 x$$ Aceleración (t)

$$\theta'' + \omega^2\theta = 0$$ Ecuación diferencial

$$F = -mgsen\theta \approx -mg\theta = mL\theta''$$

$$\theta'' + \omega^2\theta = 0$$

$$\theta'' + \frac{g}{L}x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$ Pulsación o frecuencia propia

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ Periodo