

# ELECTROSTATICA

La electrostática es la parte de la física que estudia las cargas eléctricas en equilibrio.

## Cargas eléctricas

Existen dos clases de cargas eléctricas, llamadas positiva y negativa, las del mismo signo se repelen, las de signo contrario se atraen.

La carga eléctrica se presenta por múltiplos enteros de la unidad fundamental de carga que es la del electrón e, es decir está cuantizada.

La carga del electrón es -e y la del protón +e.

## Ley de Coulomb

La fuerza de atracción o repulsión ejercida por una carga puntual sobre otra, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Esta fuerza está dirigida según la recta que une las cargas, y es atractiva si las cargas son de signos opuestos y repulsiva si son del mismo signo. Su expresión es

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

donde k es la constante de Coulomb de valor  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ ,  $q_1$  y  $q_2$  son las cargas, r la distancia que las separa y  $\vec{u}_r$  es un vector unitario en el sentido de actuación de la fuerza.

## Campo eléctrico

El campo eléctrico  $\vec{E}$  creado por un sistema de cargas puntuales en un punto del espacio se define como el cociente entre la fuerza neta ejercida por aquellas cargas sobre una carga testigo positiva colocada en dicho punto, y la magnitud de la carga testigo  $q_0$ .

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

El campo eléctrico debido a una carga puntual q a una distancia r de la carga es:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \vec{u}_r$$

donde  $\vec{u}_r$  es el vector unitario dirigido desde la carga q hasta el punto considerado.

El campo eléctrico debido a un conjunto de cargas se obtiene utilizando el principio de superposición, es decir, es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos creados por todas las cargas en ese punto:

$$\vec{E} = k \sum \frac{q_j}{r_j^2} \vec{u}_{rj}$$

El campo eléctrico debido a una distribución continua de carga en un punto, está dado por:

$$\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

donde  $dq$  es la carga sobre un elemento diferencial de la distribución de carga y  $r$  es la distancia desde el elemento al punto considerado.

### Líneas de campo eléctrico

Son curvas imaginarias que cumplen la condición de que en todo punto de las mismas son tangentes al vector campo eléctrico definido en ese punto. Se utilizan para representar el campo eléctrico en alguna región del espacio. Si se define en un punto de la línea un elemento diferencial de curva  $d\vec{s} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$ , por la condición de tangencia, el vector campo eléctrico es paralelo al  $ds$ . Por tanto

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$$

Las líneas de campo se originan en cargas positivas y terminan en cargas negativas. Además, el número de líneas de campo por unidad de área a través de una superficie perpendicular a las líneas es proporcional a la magnitud de  $\vec{E}$  en esa región.

### Potencial eléctrico

El campo eléctrico indica la dirección en la que se produce la máxima disminución del potencial. La componente de  $\vec{E}$  en la dirección de un desplazamiento  $d\vec{l}$  está relacionada con el potencial por:

$$E_l = -\frac{dV}{dl}$$

Un vector que señala en la dirección de la máxima variación de una función escalar y cuya magnitud es la derivada de dicha función respecto a la distancia se denomina gradiente de la función. Por tanto, el campo eléctrico  $\vec{E}$  es el gradiente, cambiado de signo, negativo del potencial  $V$ .

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

En coordenadas rectangulares el campo eléctrico está relacionado con el potencial por:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

Todos los puntos situados sobre la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático están al mismo potencial. Además, el potencial es constante en cualquier lugar en el interior del conductor e igual a su valor en la superficie.

**El Potencial eléctrico** creado a una distancia  $r$  por una carga puntual  $q$  situada en el origen, se obtiene a partir de la expresión del campo eléctrico:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

Si una carga testigo experimenta un desplazamiento  $d\vec{l}$  y su variación de energía potencial es  $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$ , el cambio de potencial eléctrico es

$$dV = \frac{dU}{q_0} = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -k \frac{q}{r^2} dr$$

y su integración proporciona

$$V = k \frac{q}{r} + V_0$$

donde  $V_0$  es el potencial a una distancia infinita de la carga; si se elige cero dicha potencia  $V_0$ , el potencial debido a una sola carga puntual:

$$V = k \frac{q}{r}$$

En un sistema discreto de cargas puntuales, el potencial viene dado por:

$$V = \sum_{j=1}^n k \frac{q_j}{r_j}$$

$r_j$  es la distancia de la carga  $q_j$  al punto P donde se desea calcular el potencial.

En una distribución continua de carga, el potencial se obtiene extendiendo la integral a toda la distribución:

$$V = \int \frac{k dq}{r}$$

Esta expresión sólo es válida si la distribución de carga está contenida en un volumen finito, de modo que el potencial pueda considerarse nulo en el infinito.

## Diferencia de potencial entre dos puntos

La diferencia de potencial  $\Delta V = V_B - V_A$  se define como el cambio de energía potencial dividido por la carga de prueba  $q_0$  y es por tanto el trabajo por unidad de carga cambiado de signo que realiza el campo eléctrico cuando una carga testigo  $q_0$  se desplaza desde A hasta B.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

donde el potencial eléctrico  $V$  es un escalar, y tiene unidades de  $\frac{\text{julio}}{\text{culombio}}$  definido como voltio (V).

Si el campo es uniforme, la diferencia de potencial entre dos puntos A y B

$$V_B - V_A = -E \cdot d$$

donde  $d$  es el desplazamiento en la dirección paralela a  $\vec{E}$ .

El lugar geométrico de los puntos del espacio con el mismo valor del potencial se denominan **superficies equipotenciales**. Son las superficies sobre las cuales el potencial es constante y éstas son perpendiculares en cada punto al campo eléctrico en dicho punto.

## ELECTROKINETICA

Es la parte de la física que estudia las cargas eléctricas en movimiento, esto es las corrientes eléctricas.

### Corriente eléctrica

El término corriente eléctrica o simplemente corriente se utiliza para describir la rapidez del flujo de carga en una determinada región del espacio. Se define la intensidad de corriente como la carga que atraviesa un área transversal de conductor en la unidad de tiempo. Por tanto

$$I = \frac{dQ}{dt},$$

la intensidad se mide en amperios:  $1A = 1 \frac{\text{Culombio}}{\text{segundo}}$

Si en un cable conductor, se establece una diferencia de potencial entre sus extremos, se crea un campo eléctrico dirigido hacia potenciales decrecientes. La corriente eléctrica es el resultado del desplazamiento lento de los electrones cargados negativamente que son acelerados por el campo eléctrico en el conductor y chocan con los átomos de éste.

## Resistencia eléctrica

La resistencia de un segmento de conductor se define por el cociente de la pérdida de voltaje a través del mismo y la intensidad de corriente que lo atraviesa. Representa la oposición que presenta el conductor a que los electrones pasen por su interior. En los materiales ohmicos, que son la mayoría de los metales, la resistencia es independiente de la corriente, resultado experimental que se conoce como Ley de Ohm. Para todos los materiales, la diferencia de potencial, la intensidad de corriente y la resistencia vienen relacionadas por:

$$V_{AB} = I \cdot R$$

que se denomina Ley de Ohm.

Si el conductor tiene un área transversal  $A$  y una longitud  $L$ , su resistencia viene dada por:

$$R = \frac{L}{\sigma A} = \rho \frac{L}{A}$$

siendo  $\rho$  la resistividad del material, que depende de su temperatura. La inversa de la resistividad se llama conductividad  $\sigma$ .

## Ley de Joule

La potencia suministrada a un segmento de un circuito es igual al producto de la corriente por la caída de potencial a través del segmento cuando pasa la corriente:

$$P = I \cdot V$$

Cuando el segmento de circuito que se considere sólo es una resistencia, al verificarse  $V = IR$ , se puede expresar la potencia disipada en una resistencia como:

$$P = RI^2$$

conocida como Ley de Joule: la energía eléctrica por unidad de tiempo suministrada a la resistencia, se transforma en energía calorífica en la resistencia.

## Generadores de fuerza electromotriz

Son dispositivos que suministran energía a un circuito, manteniendo una diferencia de potencial constante entre sus bornes independientemente de la corriente suministrada. La

fuerza electromotriz describe el trabajo por unidad de carga  $\varepsilon = \frac{dW}{dq}$ . En el caso ideal no tiene resistencia interna y, por lo tanto, la diferencia de potencial entre los bornes o terminales del generador es igual en magnitud a la fuerza electromotriz  $\varepsilon$  del generador; en un generador real tiene una resistencia interna  $r$  y en este caso la diferencia de potencial en bornes del generador no coincide con la *f.e.m.*( $\varepsilon$ ).



El borne positivo + está a mayor potencial que el borne negativo -. Cuando la corriente  $I$  atraviese al generador de A hacia B, el generador actúa como generador propiamente dicho, es decir, suministra energía eléctrica al resto del circuito y se tiene que  $V_B - V_A = \varepsilon - rI$ , siendo la potencia suministrada  $P = \varepsilon I$ .

Cuando la corriente atraviesa el generador de B hacia A el generador actúa como motor, es decir, consume energía eléctrica, la diferencia de potencial es  $V_B - V_A = \varepsilon + rI$ , siendo la potencia consumida  $P = \varepsilon I$ .

### Asociación de resistencias

La resistencia equivalente de un conjunto de resistencias asociadas en serie es igual a la suma de las mismas:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

La resistencia equivalente de un conjunto de resistencias asociadas en paralelo viene dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

### Diferencia de potencial entre puntos de un circuito

Si entre los puntos A y B existen conectadas en serie varias resistencias y generadores, la diferencia de potencial entre dos puntos del mismo viene dada por:

$$V_{AB} = \sum RI - \sum \varepsilon$$

Como criterio de signos se asigna un sentido “a priori” a la corriente  $I$  por ejemplo de A hacia B, entonces todos los productos  $RI$  positivos y las f.e.m. positivas si son atravesadas

por I de negativo a positivo y negativas si son atravesadas de positivo a negativo. Si el sentido de la corriente es de B hacia A, como se calcula  $V_A - V_B$ , en este caso todos los productos  $RI$  negativos y el criterio de signos para la f.e.m., según la atravesase I (teniendo en cuenta lo dicho anteriormente).

## Leyes de Kirchhoff

Existen circuitos complejos, en los que las resistencias no están asociadas en serie o en paralelo, sino que existen varias conexiones transversales. Para calcular la intensidad que circula por los diversos tramos del mismo es necesario la aplicación de las leyes de Kirchhoff.

Se denomina nudo al punto del circuito donde concurren tres o más conductores.

Se denomina tramo a la porción del circuito con todos sus elementos, resistencias y generadores, están conectados en serie entre dos nudos consecutivos.

Se denomina malla a toda trayectoria de circuito cerrado, formado por varios tramos.

Para aplicar la leyes previamente se asigna “a priori” un sentido arbitrario de circulación de las intensidades, y de recorrido de malla. Las intensidades que llegan a un nudo se consideran positivas y las que salen negativas. Las fuerzas electromotrices se consideran positivas si, en el sentido de recorrido de la malla, es atravesada del borne negativo al positivo, y se consideran negativas en caso contrario.

**Primera ley de Kirchhoff:** La suma de intensidades de corriente que entran en un nudo debe ser igual a la suma de intensidades de corriente que salen de él. O bien  $\sum i_j = 0$ .

**Segunda ley de Kirchhoff:** En toda malla, la suma de los productos de las resistencias por las intensidades en cada tramo que componga la malla debe ser igual a la suma de las fuerzas electromotrices de toda la malla. O bien  $\sum \varepsilon_j = \sum r_j i_j$ . La suma algebraica de las fuerzas electromotrices es igual a la suma algebraica de los productos de cada resistencia por cada intensidad. El término  $\sum r_j i_j$  es positivo cuando el sentido de recorrido de la malla coincida con el de circulación de la corriente y será negativo en caso contrario.