EJERCICIOS PARA PRACTICAR. VECTORES

1. Escribir:
   1.1. Un vector cualquiera perpendicular al eje X
   1.2. Un vector cualquiera contenido en el plano YZ
   1.3. Un vector cualquiera perpendicular al plano XZ
   1.4. Un vector cualquiera paralelo al plano XY

2. El vector $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$ ¿es paralelo al plano $\pi : 2x + y + z + 1 = 0$?. ¿Porqué?

3. Dado el vector $\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, escribir tres vectores cualesquiera ($\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$) contenidos en el plano XY que tengan el mismo módulo que $\vec{A}$ pero cumpliéndose: $\left|\vec{A}\right| \neq \left|\vec{B}_1\right| \neq \left|\vec{B}_2\right| \neq \left|\vec{B}_3\right|$

4. Dados los vectores: $\vec{A} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ y $\vec{B} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$. Calcular:

   $\vec{A} + \vec{B}$ $\quad$ $\vec{A} - \vec{B}$ $\quad$ $\vec{B} - \vec{A}$

   $\vec{A} \cdot \vec{B}$ $\quad$ $\vec{B} \cdot \vec{A}$

   $\vec{A} \wedge \vec{B}$ $\quad$ $\vec{B} \wedge \vec{A}$

5. El origen del vector $\vec{A}$ es el punto $M(2,1,0)$ y su extremo el punto $N(4,3,2)$. El vector $\vec{B}$ tiene como origen y como extremo los puntos $L(0,1,0)\, y\, R(3,2,1)$ respectivamente. Calcular: $\vec{A} + \vec{B}$ $\quad$ $\vec{B} - \vec{A}$

   $\vec{A} \cdot \vec{B}$ $\quad$ $\vec{A} \wedge \vec{B}$

6. Dados los vectores: $\vec{A} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ $\quad$ $\vec{B} = 4\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$ $\quad$ $\vec{C} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$. Calcular:

   $\vec{A} \cdot \vec{B}$; $\vec{A} \cdot \vec{C}$; $\vec{B} \cdot \vec{C}$

   $\vec{B} \wedge \vec{A}$; $\vec{A} \wedge \vec{C}$; $\vec{B} \wedge \vec{C}$

   $\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C})$; $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$

SOLUCIONES

1.

1.1. Si el vector el perpendicular al eje X no tiene componente sobre dicho eje. $\vec{P} = b\vec{j} + c\vec{k}$ (b y c cualesquiera)

1.2. Si está contenido en el plano YZ es perpendicular al eje X
$\vec{P} = b\vec{j} + c\vec{k}$ (b y c cualesquiera)

1.3. Si es perpendicular al plano XZ, es paralelo al eje Y, no tiene componentes sobre el eje X ni sobre el eje Z (es perpendicular a dichos ejes). $\vec{P} = b\vec{j}$ (b cualquiera)

1.4. Si es paralelo al plano XY es perpendicular al eje Z y no tiene componente sobre dicho eje. $\vec{P} = a\vec{i} + b\vec{j}$ (a y b cualesquiera)

2. El vector $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$ si es paralelo al plano $\pi : 2x + y + z + 1 = 0$. El vector eje de dicho plano es $\vec{E} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, si el vector dado es paralelo al plano será perpendicular al vector eje del plano o normal principal, por tanto su producto escalar tiene que ser cero: $\vec{v} \cdot \vec{E} = 2 - 2 = 0 \rightarrow \vec{v} \perp \vec{E}$

3. $\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$; $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$\vec{B}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j}$

$\vec{B}_2 = -3\vec{i} + 4\vec{j}$

$\vec{B}_3 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

4. $\vec{A} + \vec{B} = 7\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$

$\vec{A} - \vec{B} = -\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$

$\vec{B} - \vec{A} = \vec{i} - 6\vec{j} + 6\vec{k}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 12 - 5 - 8 = -1$ **;** $\vec{B} \cdot \vec{A} = -1$

$\vec{A} \wedge \vec{B} = -18\vec{i} - 22\vec{j} - 19\vec{k}$ **;** $\vec{B} \wedge \vec{A} = 18\vec{i} + 22\vec{j} + 19\vec{k}$

5. $\vec{A} = \overrightarrow{MN} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{B} = \overrightarrow{LR} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 6 + 2 + 2 = 10$

$\vec{A} \wedge \vec{B} = 4\vec{j} - 4\vec{k}$

6. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (son perpendiculares)

$\vec{A} \cdot \vec{C} = -28$

$\vec{B} \cdot \vec{C} = 0$ (son perpendiculares)

$\vec{B} \wedge \vec{A} = 9\vec{i} + 17\vec{j} + 22\vec{k}$

$\vec{A} \wedge \vec{C} = \vec{0}$ (son paralelos)

$\vec{B} \wedge \vec{C} = -18\vec{i} - 3417\vec{j} - 44\vec{k}$

$\vec{A} \cdot \left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = 0$

$\vec{A} \wedge \left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = -112\vec{i} + 168\vec{j} - 84\vec{k}$