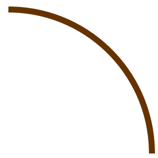
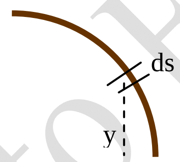
Centro de gravedad de un cuarto de circunferencia de masa M y radio R



La masa de la cuarte parte de una circunferencia homogénea es $M = \lambda L = \dfrac{\lambda \pi R}{2}$

Debido a la simetría, la coordenada *x* y la coordenada *y* son iguales .

1º Método. Integración



Consideramos un elemento diferencial de longitud de curva, cuya masa es *dm*; la coordenada *y* del centro de gravedad es $x_G = y_G = \dfrac{1}{M}\int_L y\,dm$

El elemento *dm* tiene una longitud *ds*, siendo $ds = Rd\varphi$ y la masa $dm = \lambda R d\varphi$; la coordenada *y* puede expresarse en función del ángulo φ, el cual para el cuarto de circunferencia varía entre 0 y π/2, de donde

$$x_G = y_G = \frac{1}{M}\int_L y\lambda ds = \frac{\lambda}{M}\int_0^{\frac{\pi}{2}} R sen\varphi R d\varphi = \frac{\lambda R^2}{M}\left[-\cos\varphi\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda R^2}{\left(\dfrac{\lambda \pi R}{2}\right)} = \frac{2R}{\pi}$$

2º Método. Aplicación del teorema de Guldin

Cuando el cuarto de circunferencia de la figura gira en torno a un eje vertical, engendra la mitad de una superficie esférica de área $A = 2\pi R^2$ mientras que el centro de gravedad describe una circunferencia de longitud $L_{circunferencia} = 2\pi x_G$ de forma que $2\pi R^2 = (2\pi x_G)\dfrac{\pi R}{2}$ de forma que la coordenada *x* del centro de gravedad es $x_G = \dfrac{2R}{\pi}$