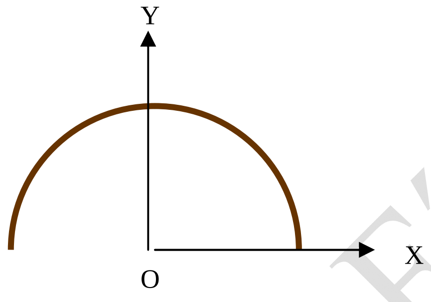
**Centro de gravedad de una semicircunferencia de masa M y radio R**

La masa de la semicircunferencia es $M = \lambda L = \lambda \pi R$




El centro de gravedad, debido a que tiene un eje de simetría está sobre dicho eje, por tanto sólo se calcula la coordenada *y*.

**1º Método. Integración**

Consideramos un elemento diferencial de longitud de curva, cuya masa es $dm = \lambda ds$, la coordenada *y* del centro de gravedad es $y_G = \frac{1}{M}\int_L y dm = \frac{1}{M}\int_L y \lambda ds$


Debido a la simetría, cada producto *ydm* existe a ambos lados del eje de simetría, por lo que la integral extendida a la longitud de la semicircunferencia (*L*) puede considerarse como 2 veces la integral extendida a la longitud del cuarto de circunferencia (*L/2*), en el que *y* varía entre 0 y R; además *y* puede expresarse en función del ángulo $\varphi$, el cual para el cuarto de circunferencia varía entre 0 y π/2. Por otro lado, el elemento diferencial de arco puede expresarse por $ds = Rd\varphi$, de donde

$$y_G = \frac{2}{M}\int_{L/2} y\lambda ds = \frac{2\lambda}{M}\int_0^{\frac{\pi}{2}} R sen\varphi R d\varphi = \frac{2\lambda R^2}{M}\left[-\cos\varphi\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\lambda R^2}{\lambda\pi R} = \frac{2R}{\pi}$$

**2º Método. Aplicación del teorema de Guldin**

Cuando la semicircunferencia de la figura gira en torno a un eje horizontal, engendra una superficie esférica de área $A = 4\pi R^2$ mientras que el centro de gravedad describe una circunferencia de longitud $L_{circunferencia} = 2\pi y_G$ de forma que $4\pi R^2 = (2\pi y_G)\pi R$ de forma que la coordenada y del centro de gravedad es $y_G = \frac{2R}{\pi}$