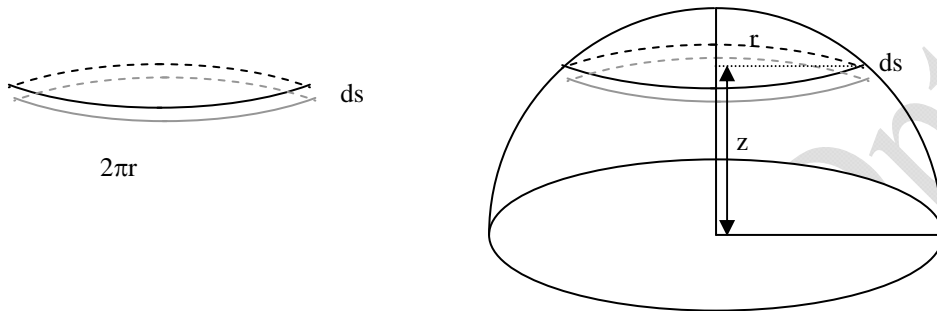


### Centro de gravedad de una semisuperficie esférica (o semiesfera hueca)

La semisuperficie esférica de radio  $R$  tiene una masa  $M = 2\sigma\pi R^2$  y su centro de gravedad debido a la simetría, está sobre el eje OZ, siendo la coordenada  $z$

$$z_G = \frac{1}{M} \iint z dm$$

Para ello consideramos un elemento diferencial de área a una distancia  $z$ , cuya masa es  $dm = \sigma 2\pi r ds$  ya que dicho área es una tira de longitud  $2\pi r$  y espesor  $ds = R d\varphi$  por tanto



$$z_G = \frac{1}{M} \iint z dm = \frac{1}{M} \iint R \sin \varphi (\sigma 2\pi r) ds = \frac{2\sigma\pi R}{M} \iint \sin \varphi (R \cos \varphi) (R d\varphi) = \frac{2\sigma\pi R^3}{M} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$$

$$z_G = \frac{2\sigma\pi R^3}{M} \left( -\frac{1}{2} \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d \cos^2 \varphi = -\frac{\sigma\pi R^3}{(2\sigma\pi R^2)} \left[ -\cos^2 \varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{R}{2}$$