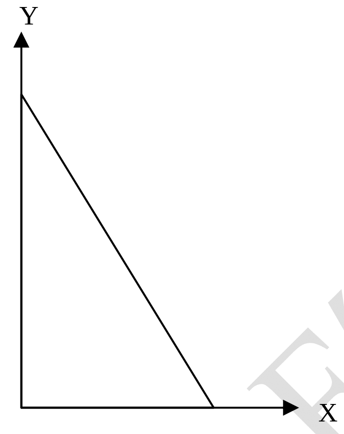
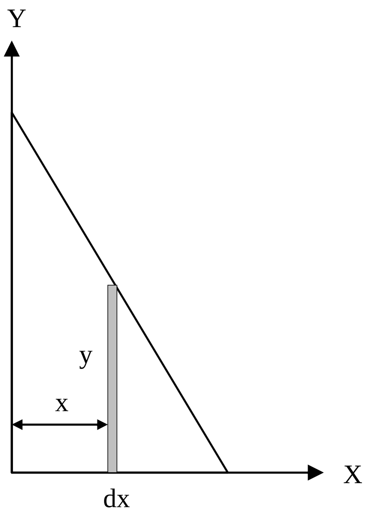
Centro de gravedad de un triángulo rectángulo de masa M, base B y altura H



La masa del triángulo es $M = \sigma A = \sigma\left(\frac{BH}{2}\right)$

Consideramos que el rectángulo está situado en el plano XY, coincidiendo sus aristas con los ejes OX y OY.

1º Método. Integración

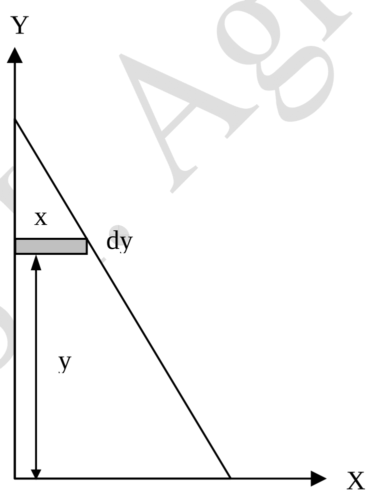


La coordenada x del centro de gravedad es $x_G = \frac{\iint x dm}{M}$.

Para calcularla, consideramos un elemento diferencial de masa a una distancia x de la arista vertical de forma que $dm = \sigma y dx$ y la coordenada del centro de gravedad es $x_G = \frac{\iint x dm}{M} = \frac{\iint x \sigma y dx}{M}$

La relación entre x e y se obtiene por semejanza de triángulos $\frac{H}{B} = \frac{y}{B-x}$ de donde $\frac{H}{B}(B-x) = y$

de donde $x_G = \frac{1}{M}\iint x\sigma \frac{H}{B}(B-x)dx = \frac{\sigma H}{MB}\int_0^B \left(Bx - x^2\right)dx = \frac{B}{3}$



Para calcular la coordenada y del centro de gravedad, consideramos un elemento diferencial de masa a una distancia y de la base de forma que $dm = \sigma x dy$, y la coordenada y del centro de gravedad es $y_G = \frac{\iint y dm}{M} = \frac{\iint y \sigma x dy}{M}$;

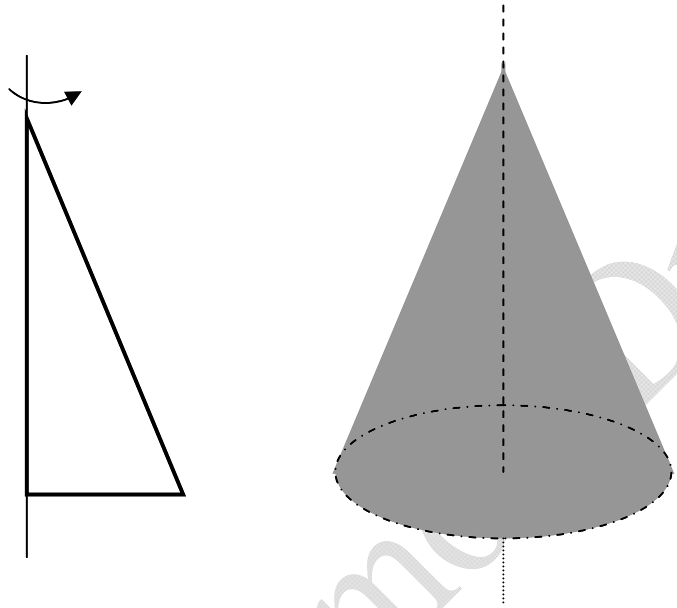
La relación entre x e y se obtiene por semejanza de triángulos $\frac{B}{H} = \frac{x}{H-y}$ de donde $\frac{B}{H}(H-y) = x$,

por lo que

$$y_G = \frac{1}{M}\iint y\sigma \frac{B}{H}(H-y)dy = \frac{\sigma B}{MH}\int_0^H \left(Hy - y^2\right)dy = \frac{H}{3}$$

2º Método. Aplicación del teorema de Guldin

Cuando el triángulo gira en torno a un eje vertical genera un cono de altura *H* y radio *B*, cuyo volumen es $V = \frac{1}{3}\pi B^2 H$, y el centro de gravedad describe una circunferencia de longitud $L_{circunferencia} = 2\pi x_G$, de donde $\frac{1}{3}\pi B^2 H = 2\pi x_G \left(\frac{BH}{2}\right)$, y en consecuencia la coordenada es $x_G = \frac{B}{3}$



Cuando el triángulo gira en torno a un eje que pasa por su base genera un cono de altura B y radio H, cuyo volumen es $V = \frac{1}{3}\pi H^2 B$, y el centro de gravedad describe una circunferencia de longitud $L_{circunferencia} = 2\pi y_G$, de donde $\frac{1}{3}\pi H^2 B = 2\pi y_G \left(\frac{BH}{2}\right)$, y en consecuencia la coordenada es $y_G = \frac{H}{3}$