

Un sólido está sometido a las traslaciones y rotaciones siguientes

$$\vec{T}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}; \vec{T}_2 = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \quad \vec{T}_3 = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\vec{\omega}_1 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \quad A_1(0,1,0)$$

$$\vec{\omega}_2 = -\vec{i} + \vec{j} \quad A_2(1,1,0)$$

Calcular

- Velocidad del punto O(0,0,0) y la velocidad de mínimo deslizamiento
- Ecuación del eje instantáneo de rotación y deslizamiento en forma continua y como intersección de dos planos
- Reducir al movimiento helicoidal tangente

Resolución

a) La velocidad del punto O es la debida a las tres traslaciones y la debida a las dos rotaciones, por tanto

$$\vec{v}_O = (\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3) + \overrightarrow{OA_1} \wedge \vec{\omega}_1 + \overrightarrow{OA_2} \wedge \vec{\omega}_2 = (\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}) + (\vec{i} - \vec{k}) + 2\vec{k} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$$

La velocidad de mínimo deslizamiento es

$$v_{\min} = \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{v}_O}{|\vec{\omega}|} = \frac{(2\vec{j} + \vec{k})(2\vec{i} + 5\vec{j})}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \text{ y expresada vectorialmente}$$

$$\vec{v}_{\min} = v_{\min} \frac{\vec{\omega}}{|\omega|} = 4\vec{j} + 2\vec{k}$$

b) El punto E del eje instantáneo se calcula mediante la expresión

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\vec{\omega} \wedge \vec{v}_O}{\omega^2} = -\vec{i} + \frac{2}{5}\vec{j} - \frac{4}{5}\vec{k}, \text{ de donde el punto E del eje tiene coordenadas}$$

$$\left(-1, \frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right)$$

La ecuación del eje, en forma continua, es $\frac{x+1}{0} = \frac{y-\frac{2}{5}}{2} = \frac{z+\frac{4}{5}}{1}$; y como intersección

$$\text{de dos planos es } \left\{ \begin{array}{l} \text{plano } \Pi_1 \equiv x = -1 \\ \text{plano } \Pi_2 \equiv 2z - y + 2 = 0 \end{array} \right\}$$

c) El movimiento helicoidal es la composición de una rotación y una traslación paralela al eje de la rotación. Por tanto la rotación es la rotación resultante $\vec{\omega} = 2\vec{j} + \vec{k}$ aplicada en $E\left(-1, \frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ y la traslación tiene que ser paralela a la rotación resultante. Sabemos que la velocidad de mínimo deslizamiento es paralela a la rotación resultante por lo que la traslación es $\vec{T} = \vec{v}_{\min} = 4\vec{j} + 2\vec{k}$.