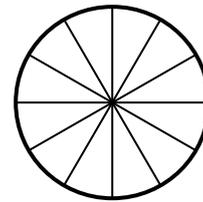


Una rueda de madera está formada por un aro de madera de masa $m_1=2 \text{ kg}$ y radio $R=0.5 \text{ m}$, y 6 varillas de masa $m_2=0.5 \text{ kg}$ y longitud $L=1 \text{ m}$.



- Calcular el momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la rueda, que pasa por el centro de la rueda.
- Se sitúa la rueda en lo alto de un plano inclinado un ángulo de 30° respecto a la horizontal. Calcular, cuando rueda sin deslizar, la aceleración de su centro de gravedad, y la fuerza de rozamiento que actúa entre la rueda y el plano.



Resolución

- El momento de inercia de la rueda respecto al eje perpendicular que pasa por su centro es la suma del momento de inercia respecto a dicho eje del aro, y los momentos de inercia respecto a dicho eje de las 6 varillas que forman el sistema completo. El momento de inercia de un aro respecto al eje perpendicular que pasa por su centro es

$$I_{OZ}^{aro} = m_1 R^2 = 2 \text{ kg} \cdot (0,5 \text{ m})^2 = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

El momento de inercia de cada varilla respecto a l mencionado eje es por lo que el momento de inercia solicitado es $I_{OZ}^{varilla} = \frac{1}{12} m_2 L^2 = \frac{1}{12} 0,5 \text{ kg} \cdot (1 \text{ m})^2 = \frac{1}{24} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,

$$I_{OZ} = \frac{1}{2} + \frac{6}{24} = \frac{18}{24} = 0,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Durante el movimiento de rodadura se verifica por un lado $R \cdot f_r = I_{OZ} \varphi''$ o bien

$$f_r = \frac{I_{OZ} \varphi''}{R} = \frac{I_{OZ} a}{R^2} = \frac{0,75 a}{(0,5)^2} = 3a$$

$m_{rueda} g \sin 30 - f_r = m_{rueda} a$; sustituyendo los valores numéricos, en la ecuación se tiene

$$5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{2} - 3a = 5a, \text{ de donde la aceleración del centro de gravedad es } a = \frac{25}{8} \text{ m/s}^2 \text{ y la}$$

$$\text{fuerza de rozamiento } f_r = \frac{75}{8} \text{ m/s}^2$$