

En una región del espacio existe un campo de fuerzas conservativo, siendo la ecuación de las superficies equipotenciales $(x^2 + y^2 + z^2) = C$. Calcular a) la energía potencial y la fuerza que actúa sobre una partícula de masa $m=0,5$ kg situada en el punto $P(0,2,1)$.
 b) La ecuación de las líneas de fuerza

Resolución

Dada la ecuación de las superficies equipotenciales, se deduce que la ecuación del potencial $V(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2) J/kg$. La energía potencial de una partícula de masa 0,5 kg en una posición genérica es $U(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) J$, y en el punto P

es $U(x, y, z) = \frac{1}{2}(2^2 + 1^2) = 2,5J$; la fuerza, se puede expresar como el gradiente de la energía potencial cambiado de signo, esto es

$$\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} = -x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k};$$

la fuerza que actúa sobre la partícula de

masa 0,5 kg se encuentra en P es $\vec{F} = -2\vec{j} - \vec{k}N$. La ecuación diferencial de las

líneas de fuerza $\frac{dx}{-x} = \frac{dy}{-y} = \frac{dz}{-z}$, cuya integración proporciona

$$x = Cy$$

$$y = Kz$$