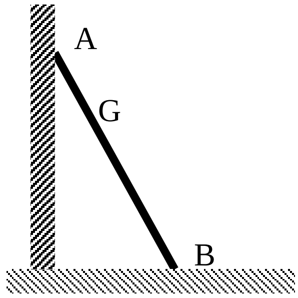
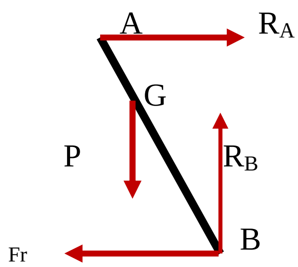
Una varilla de peso P y longitud L se encuentra apoyada por su extremo A en una pared lisa y por su extremo B en un suelo rugoso, formando un ángulo de 60º con la horizontal. La varilla **no es homogénea** y su centro de gravedad se encuentra a L/4 de su extremo A.



a) Calcular las reacciones normales en A y B y la fuerza de rozamiento, para que esté en equilibrio
b) ¿A qué distancia **d** del extremo B hay que colocar un peso P'=3P para que la reacción en A sea el doble que cuando no hay P'?

Resolución

a) Las fuerzas que actúan sobre la varilla son su peso P, aplicado en G (en el enunciado se indica que está a una distancia L/4 del punto A), la reacción de la pared sobre la varilla en B (perpendicular a la pared), la reacción del suelo rugoso sobre la varilla en B (perpendicular al suelo) y la fuerza de rozamiento suelo-varilla (paralela al suelo).
El diagrama de cuerpo libre es



Para que la varilla esté en equilibrio se tiene que anular la resultante de las fuerzas aplicadas (se deben anular las fuerzas horizontales y las fuerzas verticales

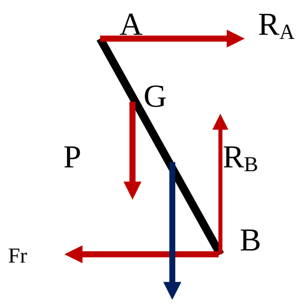
$$R_A - F_r = 0 \ (1)$$
$$R_B - P = 0(2)$$

Y también se debe anular el momento resultante respecto a un punto cualquiera (elegimos el momento respecto al punto B, porque en él hay aplicadas dos fuerzas y el momento de dichas fuerzas respecto a B es nulo)

$$R_A \cdot Lsen60 - P \cdot \frac{3L}{4} cos60 = 0 \quad (3)$$

De la ecuación (2) se deduce que R_B=P (que es un dato del problema)
De la ecuación (1) se deduce que la fuerza de rozamiento es igual a la reacción en A y de la ecuación (3) se deduce que $R_A = \frac{P \cdot \frac{3L}{4} cos60}{Lsen60} = \frac{P \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3P}{4\sqrt{3}} = \frac{P\sqrt{3}}{4}$

b) Si se coloca un peso P´=3P en un punto situado a una distancia d del punto A (se encuentra a L-d del punto B), se tiene el siguiente diagrama de cuerpo libre



La reacción en A tiene que ser el doble de la calculada anteriormente, esto es $R_A = \frac{P\sqrt{3}}{2}$, y se debe satisfacer las condiciones de equilibrio, por tanto

$$R_A - F_r = 0 \qquad (4)$$
$$R_B - P - 3P = 0 \qquad (5)$$

Y también se debe anular el momento resultante respecto a un punto cualquiera $R_A \cdot Lsen60 - P \cdot \frac{3L}{4} cos60 - 3P(L - d)cos60 = 0 \qquad (6)$

De la ecuación (4) se deduce que la fuerza de rozamiento es igual a R_A, que es doble de la calculada anteriormente, esto es $R_A = \frac{P\sqrt{3}}{2}$,
De la ecuación (5) se deduce que la reacción en B es R_B=4P y de la ecuación (6) se deduce la distancia d

$$\frac{P\sqrt{3}}{2} \cdot L \frac{\sqrt{3}}{2} - P \cdot \frac{3L}{4} \frac{1}{2} - 3P(L - d)\frac{1}{2} = 0$$
$$\frac{3P}{4} \cdot L - P \cdot \frac{3L}{8} - 3PL\frac{1}{2} + 3Pd\frac{1}{2} = 0$$

Operando se obtiene $d = \frac{L}{4}$