

En el instante inicial ($t=0$) en que un objeto de masa $m=1$ kg, ejecuta un m.a.s con una amplitud de $A=1/\pi$ m y un periodo $T=2$ s, la fase inicial es nula. Determinar:

- 2.1. La ecuación diferencial del m.a.s y la solución general
- 2.2 La velocidad máxima y el instante en que ésta se alcanza por primera vez
- 2.3 La aceleración máxima y el instante en que ésta se alcanza por primera vez
- 2.4 La energía total del movimiento armónico simple

Resolución

La ecuación diferencial del movimiento armónico simple es $m\ddot{x}+kx=0$ y la solución de la ecuación diferencial del movimiento es de la forma $x = A\cos(\omega t + B)$.

2.1. La masa de la partícula es 1kg, y el periodo es $T=2$ s, por lo que la frecuencia propia es $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ rad / s ; por otro lado $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, de donde la constante elástica es $k = \pi^2 N / m$ y la fase inicial B es nula. Introduciendo estos datos la ecuación

diferencial del movimiento es $\ddot{x} + \pi^2 x = 0$ y la solución general es $x = \frac{1}{\pi} \cos \pi t$

2.2 Derivando la ecuación anterior se obtiene la ecuación de la velocidad en función del tiempo, $\dot{x} = -\sin \pi t$; la velocidad se hace máxima cuando $\sin \pi t = \pm 1$, es decir la velocidad máxima es 1m/s que se obtiene cuando $\pi t = \frac{\pi}{2}$ y cuando $\pi t = \frac{3\pi}{2}$, esto es para valores del tiempo $t_1 = 0,5$ s y $t_2 = 1,5$ s. La primera vez que la velocidad toma valor 1 m/s, es cuando el tiempo es $t_1 = 0,5$ s

2.3 La aceleración en función del tiempo es $\ddot{x} = -\pi \cos \pi t$; la aceleración máxima es $\pi m/s^2$, que se obtiene cuando $\cos \pi t = \pm 1$, esto es cuando $\pi t = 0$ y cuando $\pi t = \pi$. Por tanto, la aceleración toma su máximo valor por primera vez cuando $t=0$

2.4 La energía total del movimiento armónico simple, suma de las energías cinética y potencial es $E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \pi^2 \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 = 0,5J$