La ecuación del movimiento armónico simple (m.a.s) es de la forma $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. El módulo de la aceleración de un m.a.s vale 10 cm/s^2 cuando su elongación es 2,5 cm. Sabiendo que el módulo de su velocidad inicial es de 5 cm/s y su fase inicial es $\frac{\pi}{6}$ radianes

a) Definir el m.a.s desde el punto de vista dinámico y expresión general de la ecuación diferencial del movimiento.
b) Determinar la ecuación del m.a.s para las condiciones del problema calculando los valores de A (amplitud) y ω (frecuencia propia).
c) Calcular el periodo T y la frecuencia ν.
d) El tiempo transcurrido hasta alcanzar una fase de $\frac{\pi}{2}$ a partir del instante inicial.

Resolución

a) El movimiento armónico simple es el movimiento que realiza una partícula de masa m sometida a la acción de una fuerza proporcional a la distancia x que la separa en cada instante de la posición de equilibrio estable, siendo la fuerza atractiva hacia dicha posición.
La ecuación diferencial del movimiento de la partícula es mx´´+kx=0.

b) La solución de dicha ecuación diferencial es de la forma $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ siendo x la elongación, A la amplitud, (ωt+B) la fase, ω la frecuencia propia y B la fase inicial.
Derivando dicha ecuación se obtiene la velocidad $x' = -A \cdot \omega sen(\omega t + B)$ y derivando de nuevo la aceleración $x'' = -A \cdot \omega^2 \cos(\omega t + B) = -\omega^2 x$. Basándonos en esta ecuación, $x'' = -\omega^2 x$ se puede calcular la frecuencia propia ya que en un instante se conocen el módulo de la aceleración y la elongación, por lo que $\frac{10cm}{s^2} = \omega^2 2{,}5\ cm$, de donde se deduce que ω=2 rad/s.
Por otra parte, $x' = -A \cdot \omega sen(\omega t + B)$ y se conoce que el módulo de la velocidad inicial es 5 cm/s, de donde 5 $cm/s = A \cdot 2sen(\frac{\pi}{6})$ y por tanto la amplitud es A=5 cm

c) El periodo es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\ segundos$ y la frecuencia es $\nu = \frac{1}{T} = \pi^{-1} \quad s^{-1}$

d) Para que la fase $\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$ sea $\frac{\pi}{2}$ es necesario que $\left(2t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$ de donde $t = \frac{\pi}{6} s$