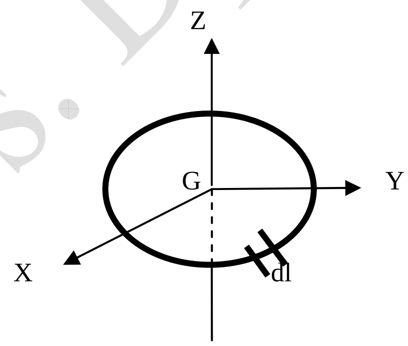
Momento de inercia de una circunferencia (aro) homogénea de masa M y radio R respecto a su centro y respecto a un diámetro

El centro de gravedad de la circunferencia está en su centro geométrico. Consideramos el sistema de referencia centrado en G y que la circunferencia está contenida en el plano XGY.

La masa de la circunferencia es $M = \lambda L = \lambda 2\pi R$

Calculamos en primer lugar el momento de inercia respecto al centro de gravedad G. Ese momento de inercia coincide con el momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la circunferencia, que pase por el centro de gravedad (Eje GZ). Una vez calculado el momento de inercia respecto a G, los momentos de inercia respecto a los diámetros (ejes GX y GY) se calculan mediante la expresión $I_G = I_{GX} + I_{GY}$.

Consideramos un elemento diferencial de longitud, *dl*, que contiene una masa $dm = \lambda dl$, que dista del centro G una distancia *R* (cualquier elemento diferencial de longitud que podamos considerar está a la misma distancia R de G), por lo que el momento de inercia respecto al centro de gravedad, y respecto al eje GZ es



$$I_{GZ} = I_G = \int_L R^2 dm = R^2 \int_L dm = R^2 M$$

Por simetría, el momento de inercia respecto a los diámetros, ejes GX y GY, son iguales por lo que $I_G = I_{GX} + I_{GY} = 2 I_{GX} = MR^2$ de donde $I_{GX} = I_{GY} = \dfrac{MR^2}{2}$