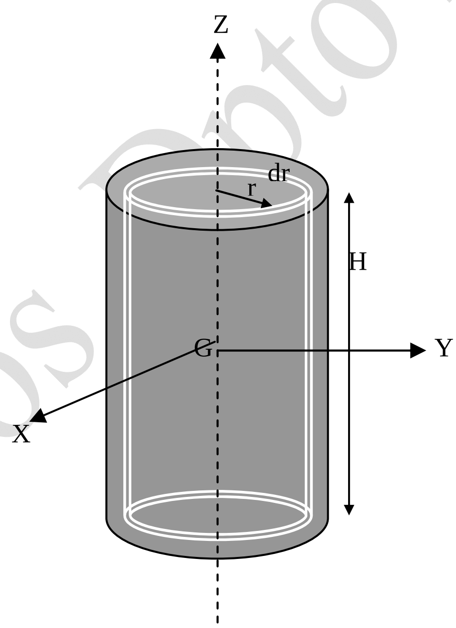
Momento de inercia de un cilindro radio R, altura H y masa M respecto a su centro de gravedad

El volumen del cilindro es $V = \pi R^2 H$, y la masa $M = \rho\pi R^2 H$

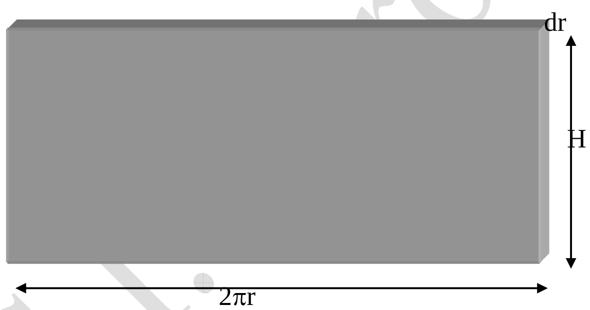
El centro de gravedad del cilindro es la intersección del eje de revolución y un plano paralelo a la base que pase por su centro de gravedad

Por las propiedades de los momentos de inercia, el momento de inercia respecto a un punto G es la suma de los momentos de inercia respecto a un eje plano y respecto a un eje perpendiculares entre sí, que se corten en ese punto (en este caso plano XGY y eje GZ). El momento de inercia respecto al eje de revolución GZ es s $I_{GZ} = \iiint\limits_V r^2 dm$.



El elemento diferencial de masa, está situado a una distancia *r* del eje GZ, que está comprendido en el intervalo $0 \le r \le R$; su volumen es el de un cilindro hueco de altura *H*, radio interior *r* y radio exterior *r+dr*; si se “desenrolla” ese elemento se tiene un prisma de espesor *dr*, altura *H* y base $2\pi r$, por tanto el elemento diferencial de masa es

$$dm = \rho dV = \rho H 2\pi r dr$$



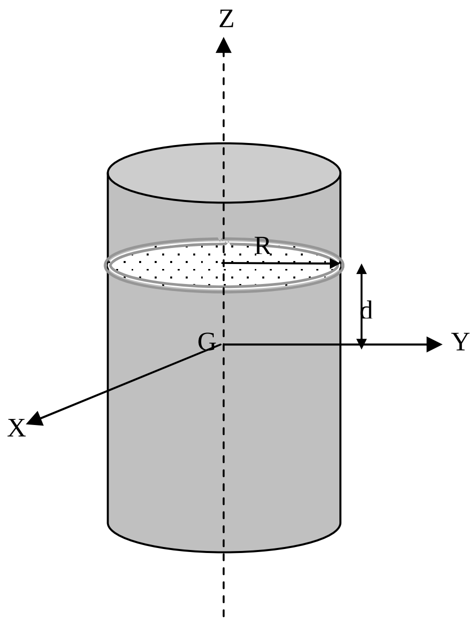
$$I_{GZ} = \iiint\limits_V r^2 dm = \iiint\limits_V r^2 \rho H 2\pi r dr = \rho H 2\pi \int_0^R r^3 dr = \rho H 2\pi \frac{R^4}{4} = \left(\rho H \pi R^2\right)\frac{R^2}{2} = \frac{MR^2}{2}$$

El momento de inercia respecto al plano paralelo a la base, que pasa por el centro de gravedad es $I_{XGY} = \iiint\limits_V z^2 dm$ siendo *dm* la masa contenida en un volumen *dV*, que es un cilindro de

E.T.S.I. Agrónomos Dpto Física

radio R y altura dz , situado del plano XGZ a una distancia z siendo $-\frac{H}{2} \le z \le \frac{H}{2}$; la masa de dicho elemento diferencial de volumen es $dm = \rho dV = \rho\pi R^2 dz$ por tanto

$$I_{XGY} = \iiint_V z^2 dm = \iiint_V z^2 \rho\pi R^2 dz = \rho\pi R^2 \int_{-H/2}^{H/2} z^2 dz = 2\rho\pi R^2 \int_0^{H/2} z^2 dz = 2\rho\pi R^2 \frac{H^3}{24} = \left(\rho\pi R^2 H\right)\frac{H^2}{12} = M\frac{H^2}{12}$$



El momento de inercia respecto al centro de gravedad es

$$I_G = I_{GZ} + I_{XGY} = \frac{MR^2}{2} + \frac{MH^2}{12}$$

E.T.S.I. Agrónomos. Dpto Física