Momento de inercia de un círculo radio R y masa M respecto a su centro y respecto a un diámetro

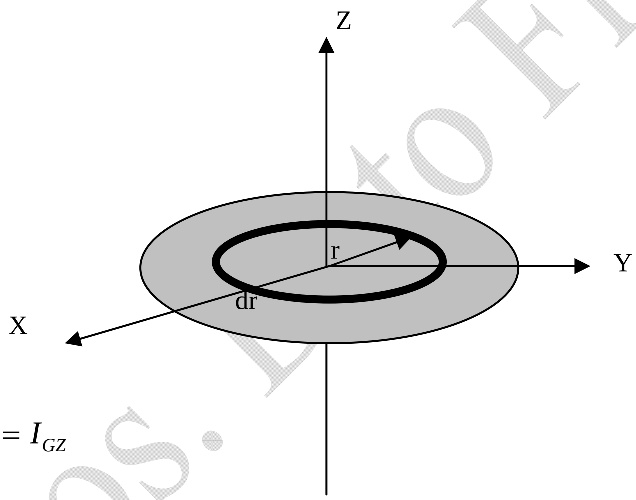
Consideramos que el círculo está contenido en el plano XY.

El área del círculo es $A = \pi R^2$ y su masa $M = \sigma \pi R^2$

El momento de inercia respecto al centro de gravedad G coincide con el momento de inercia respecto al eje que pase por G y sea perpendicular al círculo (Eje GZ), esto es $I_G = \iint r^2 dm$.

Consideramos un elemento diferencial de área situado a una distancia *r* cuya masa es $dm = \sigma 2\pi r dr$. La distancia *r* puede tomar valores entre *0* y *R*, por tanto

$$I_G = \int_0^R r^2 \sigma 2\pi r dr = \sigma 2\pi \frac{R^4}{4} = \left(\sigma \pi R^2\right) \frac{R^2}{2} = \frac{MR^2}{2} = I_{GZ}$$



Por simetría, el momento de inercia respecto a un diámetro es igual al momento de inercia respecto al eje GX o respecto al eje GY.

Por otra parte, por tratarse se una figura plana, el momento de inercia respecto al centro de gravedad, es la suma de los momentos de inercia respecto a dos ejes perpendiculares entre sí, que se corten en ese punto (GX y GY). Por tanto

$$I_{GX} = I_{GY} = \frac{1}{4} MR^2 = I_{diametro}$$