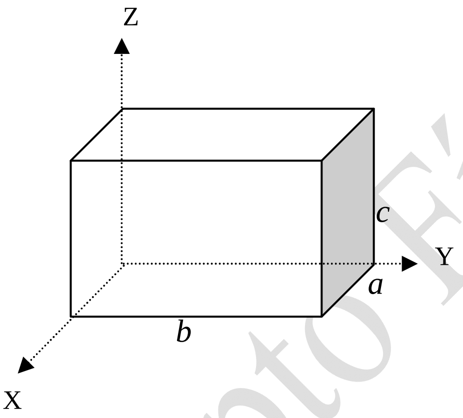
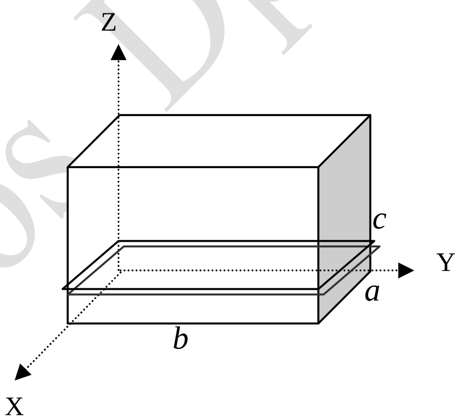
Momento de inercia de un prisma recto de masa M, y lados a, b y c respecto a su centro de gravedad



Consideramos un sistema de referencia cuyo origen es el vértice inferior izquierdo, y los ejes son paralelos a las aristas. El volumen del prisma es $V = abc$ y su masa $M = \rho\ abc$

El momento de inercia respecto al centro de gravedad es la suma de los momentos de inercia respecto a tres planos paralelos entre sí que se corten en el, por tanto $I_G = I_{XGY} + I_{XGZ} + I_{YGZ}$



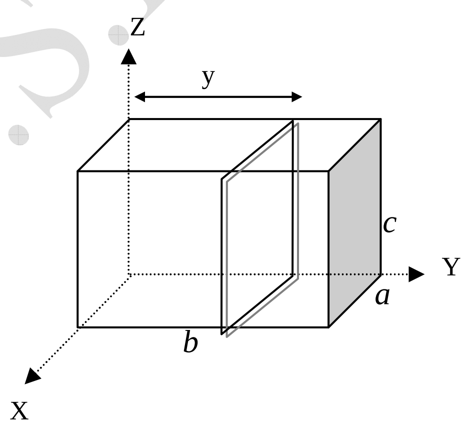
Calculamos los momentos de inercia respecto a los tres planos que se cortan en O, y por aplicación del teorema de Steiner se calculan respecto a los planos que pasan por G.

El momento de inercia respecto al plano que pasa por su base es $I_{base} = I_{XOY} = \iiint\limits_V z^2 dm$.

Consideramos un elemento diferencial de volumen, a una distancia z $(0 \le z \le c)$del plano XOY, cuya masa es $dm = \rho dV = \rho abdz$, por lo que

$I_{base} = I_{XOY} = \iiint\limits_V z^2 \rho abdz = \rho ab \int_0^c z^2 dz = \rho ab \frac{c^3}{3} = (\rho abc)\frac{c^2}{3} = \frac{Mc^2}{3}$ y el momento de inercia respecto al plano paralelo a la base, que pasa por el centro de gravedad es

$$I_{XGY} = \frac{Mc^2}{3} - M\left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{Mc^2}{12}$$



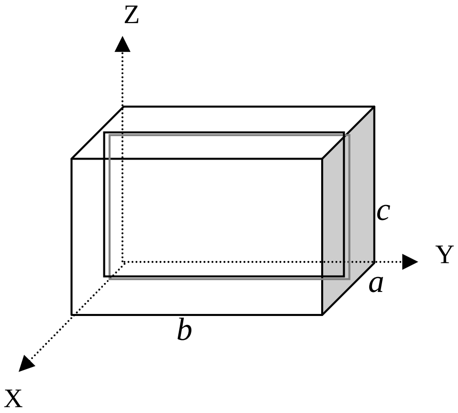
El momento de inercia respecto al plano lateral XOZ es $I_{XOZ} = \iiint\limits_V y^2 dm$.

Consideramos un elemento diferencial de volumen, a una distancia y $(0 \le y \le b)$ del plano XOZ, cuya masa es $dm = \rho dV = \rho acdy$, por lo que el momento de inercia es

$$I_{XOZ}=\iiint_V y^2\rho acdy=\rho ac\int_0^b y^2dy=\rho ac\frac{b^3}{3}=(\rho abc)\frac{b^2}{3}=\frac{Mb^2}{3}$$

y el momento de inercia respecto al plano perpendicular que pasa por el centro de gravedad es

$$I_{XGZ}=\frac{Mb^2}{3}-M\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{Mb^2}{12}$$



El momento de inercia respecto al plano YOZ es $I_{YOZ}=\iiint_V x^2dm$.

Consideramos un elemento diferencial de volumen, a una distancia *x* (*0*≤ *x* ≤*a*)del plano XOZ, cuya masa es $dm=\rho dV=\rho bcdx$, por lo que el momento de inercia es

$$I_{YOZ}=\iiint_V x^2\rho bcdx=\rho bc\int_0^a x^2dx=\rho bc\frac{a^3}{3}=(\rho abc)\frac{a^2}{3}=\frac{Ma^2}{3}$$

y el momento de inercia respecto al plano paralelo, que pasa por el centro de gravedad es

$$I_{YGZ}=\frac{Ma^2}{3}-M\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{Ma^2}{12}$$

El momento de inercia respecto al centro de gravedad es $I_G=\frac{M\left(a^2+b^2+c^2\right)}{12}$