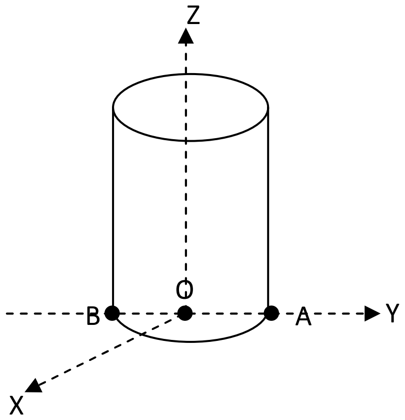

Un cilindro de radio R=2m, cuyo eje de revolución es el eje OZ del sistema d*e referencia*, *está sometido a una rotación* ω=2rad/s en torno a su eje de revolución en sentido antihorario y a un par de rotaciones

$$\vec{\omega}_1 = \vec{k} \qquad A(0{,}2{,}0)$$

$$\vec{\omega}_2 = -\vec{k} \qquad B(0,-2{,}0)$$

Calcular

a) Velocidad del punto O(0,0,0)
b) Velocidad de los puntos A y B y velocidad de mínimo deslizamiento
c) Coordenadas de un punto E(x_E, y_E, z_E) del EIRD y ecuación en forma continua de dicho eje, y dibujarlo
d) Una partícula recorre el borde de la base del cilindro con velocidad angular de 3 rad/s en sentido horario, cuando pase por B

d_1) Describir el movimiento de arrastre de la partícula, calcular su velocidad y aceleración

d_2) Describir el movimiento relativo y calcular su velocidad y aceleración

d_3) Calcular la velocidad y aceleración absolutas.

Resolución

a) El punto O está sobre el eje de rotación, por lo que la velocidad del punto O debida a la rotación es nula (el vector rotación es $\vec{\omega} = 2\vec{k}$); por otra parte, un par de rotaciones equivalen a una traslación, siendo la velocidad de traslación el momento del par, de donde la velocidad del punto O es

$$\overrightarrow{v_O} = (\overrightarrow{v_O})_r + (\overrightarrow{v_O})_t = \overrightarrow{OA}\ \vec{\omega}_1 + \overrightarrow{OB}\ \vec{\omega}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$\overrightarrow{v_O} = 4\,\vec{\imath} \quad m/s$

Toda la velocidad del punto O es debida a la traslación, que es la velocidad de traslación con la que se mueven todos los puntos del cilindro.

b) La velocidad de los puntos A y B, es la suma de la velocidad de traslación (que es la misma que la velocidad de traslación de O) y la velocidad debida a la rotación del sólido en torno al eje OZ (momento respecto al punto del vector deslizante $\vec{\omega}$), esto es

$$\overrightarrow{v_A} = (\overrightarrow{v_A})_r + (\overrightarrow{v_A})_t = \overrightarrow{AO}\vec{\omega} + 4\vec{\imath} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 4\vec{\imath} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{v_B} = (\overrightarrow{v_B})_r + (\overrightarrow{v_B})_t = \overrightarrow{BO}\vec{\omega} + 4\vec{\imath} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 4\vec{\imath} = 8\vec{\imath} \quad m/s$$

Por tanto el punto A está en reposo y el punto B se mueve según la dirección del eje OX positivo con velocidad de 8 m/s.

El módulo de la velocidad de mínimo deslizamiento es $|v_{min}| = \frac{\vec{\omega}\cdot\vec{v_O}}{|\vec{\omega}|} = 0$, de donde

$$\overrightarrow{v_{min}} = \vec{0}$$

El punto A tiene velocidad de mínimo deslizamiento, y por tanto pertenece al EIRD.

c) El punto E se calcula mediante la expresión

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{4} = 2\vec{j}$$

De forma que el punto E del EIRD que se ha solicitado coincide con el punto A. La ecuación del EIRD en forma continua es

$\frac{x}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{2} =$

d)

d1) El punto B en el movimiento de arrastre tiene el movimiento que tiene por ir dentro de un sistema que se mueve (el cilindro) y le arrastra; concretamente el cilindro tiene un movimiento de traslación en torno al eje OZ y un movimiento de traslación debido al par de rotaciones; la velocidad que tiene el punto B es la velocidad que se ha calculado en el apartado a).

$$(\overrightarrow{v_B})_{arr} = 8\vec{\imath} \quad m/s$$

La aceleración del punto B es la debida a la traslación (que es nula por llevar traslación uniforme) y la debida al movimiento de rotación, esto es

$$(\vec{a})_{arr} = -\omega^2\overrightarrow{OB} = 8\vec{\jmath} \ \ m/s^2$$

d2)En el movimiento relativo la partícula describe un movimiento circular uniforme de radio R=2m, con centro en el punto O, $\vec{\omega} = -3\vec{k} \quad rad/s$, por lo que el vector de posición de la partícula respecto al centro es $\vec{r_r} = \overrightarrow{OB} = -2\vec{\jmath}$

Por tanto la velocidad relativa es

$$\vec{v_r} = \frac{\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{4} = 6\vec{\imath} \ \ m/s$$

Y la aceleración relativa $\vec{a_r} = -\omega^2\vec{r_r} = -9(-2\vec{\jmath}) = 18\vec{\jmath}\, m/s^2$

d3) La velocidad absoluta es la suma de la velocidad relativa y de arrastre, por tanto $\overrightarrow{v_{abs}} = 6\vec{\imath} + 8\vec{\imath} = 14\vec{\imath}\ m/$

La aceleración absoluta es la suma de la aceleración relativa, la de arrastre y la de Coriolis, esto es

$$\overrightarrow{a_{abs}} = 18\vec{\jmath} + 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -3 \\ 6 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 18 - 36 = -18\vec{\jmath} \ \ m/s^2$$