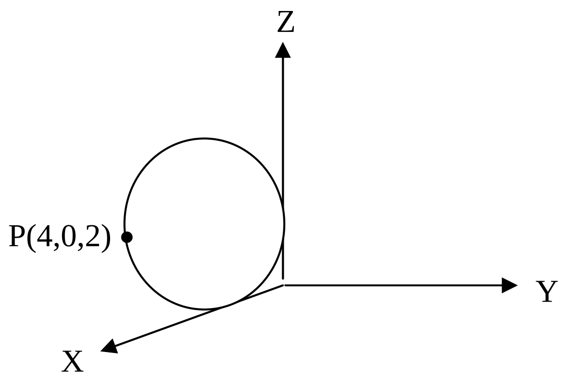
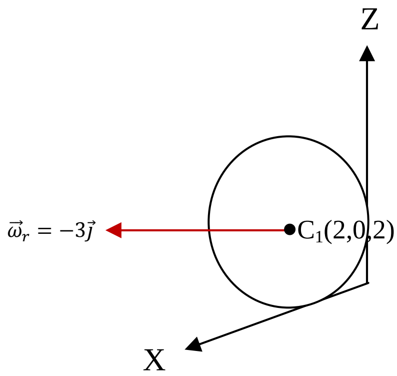
Una plataforma circular de radio 2m se encuentra en posición vertical y es tangente al eje OZ en el punto (0,0,2); dicha plataforma gira en torno a dicho eje con velocidad angular de 2 rad/s en sentido horario.
Una partícula se mueve sobre el borde de la plataforma con velocidad angular de 3 rad/s en sentido horario.
Cuando el punto se encuentre en la posición indicada en la figura P(4,0,2)

a) Definir qué tipo de movimiento (circular o rectilíneo, uniforme o no uniforme) realiza el punto en su movimiento de arrastre y en el movimiento relativo: Indicar todo lo que caracteriza a dicho movimiento (si es rectilíneo definir la recta sobre la que actúa, vector de posición de la partícula, módulo de la velocidad y módulo de la aceleración; si es circular definir posición del centro de la circunferencia que describe, vector de posición del punto respecto al centro, vector velocidad angular, vector aceleración angular)
b) Velocidad y aceleración del movimiento relativo
c) Velocidad y aceleración de arrastre
d) Velocidad y aceleración absoluta

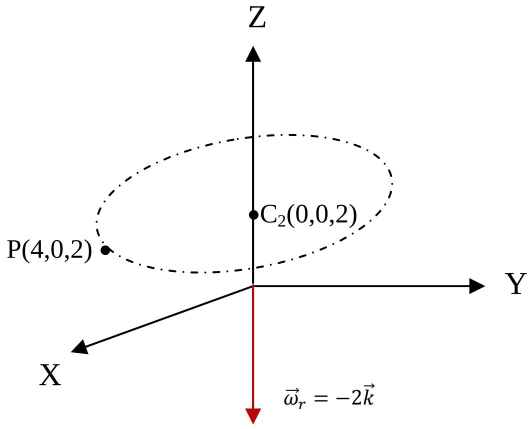


Resolución

a) En el movimiento relativo, la partícula describe una trayectoria circular. El punto tiene un movimiento circular uniforme con velocidad angular constante de 3 rad/s en sentido horario. En el momento considerado la circunferencia se encuentra en el plano XZ por lo que el vector velocidad angular es perpendicular a dicho plano, por tanto $\vec{\omega}_r = -3\vec{j}$. El centro de la circunferencia que describe la partícula se encuentra en el punto C_1(2,0.2) por lo que el vector de posición relativa es, en el instante considerado, $\vec{r}_r = \overrightarrow{C_1P} = 2\vec{\imath}$.



En el movimiento de arrastre la partícula describe una trayectoria circular.
La plataforma gira con velocidad constante de 2 rad/s en sentido horario alrededor del eje OZ por lo que la velocidad angular es $\vec{\omega}_{ar} = -2k$.
El centro de la circunferencia que describe la partícula se encuentra en el punto C_2(0,0.2)



por lo que el vector de posición de arrastre es, en el instante considerado, $\vec{r}_{ar} = \overrightarrow{C_2P} = 4\vec{\imath}$.

Tanto el movimiento relativo como el de arrastre son movimientos circulares uniformes. Para calcular las correspondientes velocidades y aceleraciones se utilizan las ecuaciones del movimiento circular

La velocidad correspondiente a un movimiento circular es $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$, y la aceleración es $\vec{a} = \vec{\alpha} \wedge \vec{r} - \omega^2\vec{r}$. Como la velocidad en ambos casos es constante, no existe aceleración angular y en consecuencia la aceleración del movimiento circular uniforme es $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$.

b) La velocidad y aceleración en el movimiento relativo son respectivamente

$$\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{\omega_r} \wedge \overrightarrow{r_r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 6\vec{k} \ \ m/s$$

$$\overrightarrow{a_r} = \overrightarrow{\alpha_r} \wedge \overrightarrow{r_r} - \omega_r^2\overrightarrow{r_r} = -(3^2)\cdot 2\vec{\imath} = -18\vec{\imath} \ \ m/s^2$$

c) La velocidad y aceleración de arrastre son

$$\overrightarrow{v_{ar}} = \overrightarrow{\omega_{ar}} \wedge \overrightarrow{r_{ar}} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -2 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -8\vec{\jmath} \ \ m/s$$

$$\overrightarrow{a_r} = \overrightarrow{\alpha_{ar}} \wedge \overrightarrow{r_{ar}} - \omega_{ar}^2\overrightarrow{r_{ar}} = -(2^2)\cdot 4\vec{\imath} = -16\vec{\imath} \ \ \ m/s^2$$

d) La velocidad absoluta es la suma de la velocidad relativa y de arrastre

$$\overrightarrow{v_{abs}} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_{ar}} = -8\vec{\jmath} + 6\vec{k} \ \ m/s$$

La aceleración absoluta es la suma de la aceleración relativa, la de arrastre y la de coriolis

$$\overrightarrow{a_{cor}} = 2\overrightarrow{\omega_{ar}} \wedge \overrightarrow{v_r} = 2\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{0}$$

Por lo que la aceleración absoluta es

$$\overrightarrow{a_{abs}} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_{ar}} + \overrightarrow{a_{cor}} = -18\vec{\imath} - 16\vec{\imath} \ = -24\vec{\imath} \ \ \ m/s^2$$