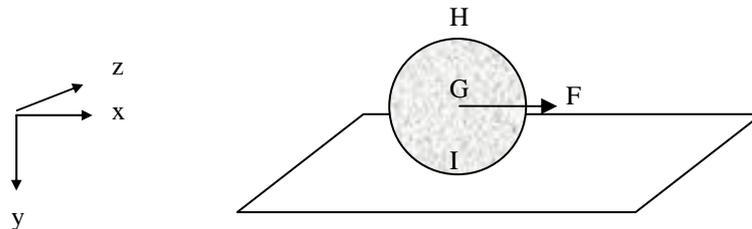


P.R.10

Una esfera de masa M y radio R rueda sin deslizar por un plano horizontal bajo la acción de una fuerza constante F , aplicada en su centro de gravedad. Calcular



a) Las velocidades instantáneas (en función del radio R y de la velocidad de rotación en ese instante) del punto más alto, del centro de gravedad G y del punto de contacto, I , entre la esfera y el plano:

a1) considerando la rodadura como una única rotación en torno a un eje que pasa por el punto de contacto

La velocidad del centro de gravedad, considerando que la rotación pasa por I es $v_G = M_G(\omega) = R \cdot \omega$; la velocidad de I , teniendo en cuenta que la rotación pasa por él es nula; la velocidad del punto H es $v_H = M_I(\omega) = 2R \cdot \omega$

a2) considerando la rodadura como una composición de una traslación y una rotación y comprobar que son equivalentes.

Consideramos la rodadura como la como composición de una traslación con velocidad $v = R \cdot \omega$ y una rotación en torno a un eje que pasa por G . La velocidad de cualquier punto es la suma de la velocidad debida a la rotación y la debida a la traslación. La velocidad del centro de gravedad es $v_G = M_G(\omega) + R \cdot \omega = R \cdot \omega$, dado que el momento respecto a G de un vector que pasa por él es nula. La velocidad de I es $v_I = M_I(\omega) + R \cdot \omega = -R \cdot \omega + R \cdot \omega = 0$, y la velocidad de H es $v_H = M_H(\omega) + R \cdot \omega = R \cdot \omega + R \cdot \omega = 2R \cdot \omega$

b) Calcular la aceleración instantánea del centro de gravedad aplicando la forma a1) de su rodadura.

Considerando la rodadura como una rotación, se verifica $I_{Iz} \varphi'' = FR = \frac{7}{5} MR^2 \varphi''$, de

donde $\varphi'' = \frac{5F}{7MR}$ y la aceleración $a = R\varphi'' = \frac{5F}{7M}$

c) Calcular la fuerza de rozamiento que aparece entre la esfera y la superficie horizontal.

Aplicando la segunda ley de Newton $F - f = Ma = M \frac{5F}{7M} = \frac{5F}{7}$, la fuerza de rozamiento es $f = \frac{2}{7}F$

d) Si ha transcurrido un tiempo de 5 s desde que empezó el movimiento, ¿qué valor tienen los vectores velocidad de los puntos G, H, I para este instante?

La aceleración angular es $\varphi'' = \frac{d\varphi'}{dt} = \frac{5F}{7MR}$, de donde $\varphi'(t) = \frac{5F}{7MR}t$, y transcurridos 5 s

la velocidad angular es $\varphi'(t) = \frac{25F}{7MR}$, de donde los módulos de las velocidades de G,

H, I son $v_G = \frac{25F}{7M}$, $v_H = \frac{50F}{7M}$, $v_I = 0$, y los vectores velocidad $\vec{v}_G = \frac{25F}{7M}\vec{i}$,

$\vec{v}_H = \frac{50F}{7M}\vec{i}$, $\vec{v}_I = \vec{0}$,

e) Si no existiera fuerza de rozamiento, ¿Qué movimiento tendría la esfera? ¿Cuál sería para el instante $t=5s$ la velocidad de los puntos G, H, I?

Si no existiera fuerza de rozamiento la esfera llevaría un movimiento de traslación, y como la fuerza es constante se una traslación uniformemente acelerada con una

aceleración $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{M} = \frac{F}{M}\vec{i}$, todos los puntos G, H e I tendrían la misma velocidad

$\vec{v}_G = \vec{v}_H = \vec{v}_I = \frac{Ft}{M}\vec{i}$ y en el instante $t=5s$ es $\vec{v}_G = \vec{v}_H = \vec{v}_I = \frac{F5}{M}\vec{i}$