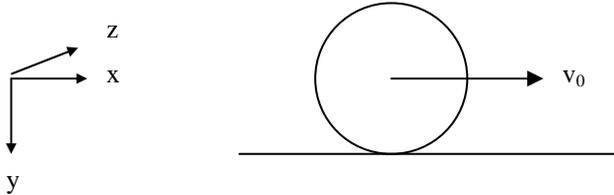


### P.R.5

Un disco de radio  $R$  y masa  $M$  se lanza, en posición vertical, sobre una superficie horizontal con una velocidad inicial  $v_0$  sin que gire, de forma que inicialmente sólo desliza. Debido a la fuerza de rozamiento  $f$  con el suelo, el disco pierde velocidad traslacional y adquiere velocidad angular hasta que transcurrido un tiempo  $t$  el disco rueda sin deslizar.



a) Para un instante  $t$  del movimiento, antes de que el disco rueda sin deslizar, obtener las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad, los vectores velocidad y aceleración angular, el tiempo  $t_1$  en que el disco comienza a rodar.

Al iniciarse el movimiento de deslizamiento, comienza a actuar la fuerza de rozamiento de forma que el disco va perdiendo velocidad traslacional y adquiriendo velocidad angular hasta llegar a un instante  $t_1$  en que el disco rueda sin deslizar. La velocidad del

centro de gravedad en un instante cualquiera es  $v_G(t) = v_0 - \frac{f}{M}t$  hasta llegar un instante

en que  $v_G(t_1) = R\omega(t_1) = v_0 - \frac{f}{M}t_1$ . En un instante genérico  $t$ , antes de  $t_1$ , el espacio

recorrido por el centro de gravedad es  $r_G(t) = v_0t - \frac{f}{2M}t^2$

Por otra parte debido a la rotación del disco en torno al eje GZ se verifica

$\frac{1}{2}MR^2\varphi'' = Rf$ , de donde  $\varphi'' = \frac{2f}{MR}$  y la velocidad angular en un instante cualquiera es

$\varphi'(t) = \frac{2f}{MR}t$  y en el instante  $t_1$  es  $\varphi'(t_1) = \frac{2f}{MR}t_1$  de donde la velocidad lineal en el

instante  $t_1$  es  $v_G(t_1) = R\frac{2f}{MR}t_1 = v_0 - \frac{f}{M}t_1$  y el tiempo  $t_1$  es  $t_1 = \frac{Mv_0}{3f}$

b) En el instante  $t_1$  en que el disco rueda sin deslizar calcular la velocidad del centro de gravedad, del punto en contacto con la superficie y del punto superior, el momento cinético y la energía cinética del sistema. Desde que se lanza el disco hasta el instante  $t_1$  ¿se conserva la energía mecánica?

En el instante  $t_1$  en que el disco rueda sin deslizar, la velocidad del centro de gravedad es

$v_G(t_1) = \frac{2f}{M} t_1 = \frac{2f}{M} \frac{Mv_0}{3f} = \frac{2}{3}v_0$  , el punto en contacto con la superficie tiene velocidad

nula, y el punto en la parte superior tiene  $v_A = 2\omega R = \frac{4}{3}v_0$

El momento cinético del disco en el instante  $t_1$  es

$$L_{GZ} = \frac{1}{2} I_{GZ} \omega = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \omega = \frac{1}{4} MR^2 \frac{2v_0}{3R} = \frac{1MRv_0}{6}$$

Dpto. Física y Mecánica. E.T.S.I. Agrónomos (UPM)