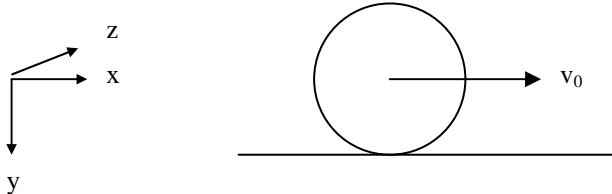


P.R.5

Un disco de radio R y masa M se lanza, en posición vertical, sobre una superficie horizontal con una velocidad inicial v_0 sin que gire, de forma que inicialmente sólo desliza. Debido a la fuerza de rozamiento f con el suelo, el disco pierde velocidad traslacional y adquiere velocidad angular hasta que transcurrido un tiempo t el disco rueda sin deslizar.



a) Para un instante t del movimiento, antes de que el disco rueda sin deslizar, obtener las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad, los vectores velocidad y aceleración angular, el tiempo t_1 en que el disco comienza a rodar.

Al iniciarse el movimiento de deslizamiento, comienza a actuar la fuerza de rozamiento de forma que el disco va perdiendo velocidad traslacional y adquiriendo velocidad angular hasta llegar a un instante t_1 en que el disco rueda sin deslizar. La velocidad del

centro de gravedad en un instante cualquiera es $v_G(t) = v_0 - \frac{f}{M}t$ hasta llegar un instante

en que $v_G(t_1) = R\omega(t_1) = v_0 - \frac{f}{M}t_1$. En un instante genérico t , antes de t_1 , el espacio

recorrido por el centro de gravedad es $r_G(t) = v_0t - \frac{f}{2M}t^2$

Por otra parte debido a la rotación del disco en torno al eje GZ se verifica

$\frac{1}{2}MR^2\varphi'' = Rf$, de donde $\varphi'' = \frac{2f}{MR}$ y la velocidad angular en un instante cualquiera es

$\varphi'(t) = \frac{2f}{MR}t$ y en el instante t_1 es $\varphi'(t_1) = \frac{2f}{MR}t_1$ de donde la velocidad lineal en el

instante t_1 es $v_G(t_1) = R\frac{2f}{MR}t_1 = v_0 - \frac{f}{M}t_1$ y el tiempo t_1 es $t_1 = \frac{Mv_0}{3f}$

b) En el instante t_1 en que el disco rueda sin deslizar calcular la velocidad del centro de gravedad, del punto en contacto con la superficie y del punto superior, el momento cinético y la energía cinética del sistema. Desde que se lanza el disco hasta el instante t_1 ¿se conserva la energía mecánica?

En el instante t_1 en que el disco rueda sin deslizar, la velocidad del centro de gravedad es

$v_G(t_1) = \frac{2f}{M} t_1 = \frac{2f}{M} \frac{Mv_0}{3f} = \frac{2}{3}v_0$, el punto en contacto con la superficie tiene velocidad

nula, y el punto en la parte superior tiene $v_A = 2\omega R = \frac{4}{3}v_0$

El momento cinético del disco en el instante t_1 es

$$L_{GZ} = \frac{1}{2} I_{GZ} \omega = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \omega = \frac{1}{4} MR^2 \frac{2v_0}{3R} = \frac{1MRv_0}{6}$$

Dpto. Física y Mecánica. E.T.S.I. Agrónomos (UPM)