N moles de un gas perfecto diatómico, γ=7/5, se encuentra inicialmente en el estado A cuyas variables de estado son P_A, V_A y T_A, y realiza los siguientes procesos:

A→B Expansión adiabática hasta $V_B=2V_A$

B→C Transformación isóbara $V_C=3V_B$

C→D Transformación isócora hasta $P_D=P_A$

D→A Transformación isóbara hasta regresar al estado inicial A

a) Dibujar el ciclo A→B →C →D→A y calcular los valores de presión, volumen y temperatura en los estados B, C y D en función de los correspondientes valores del estado A.

b) Calcular el trabajo realizado en cada uno de los cuatro procesos (en función de P_A, V_A)

c) Calcular el calor intercambiado en el último proceso D→A indicando si es absorbido o cedido por el gas (en función de P_A, V_A)

d) Indicar el qué sentido debería recorrerse el ciclo para que sea un motor térmico y calcular su rendimiento.

Considerar $2^{0,4}=4/3$

a) En el proceso adiabático A-B (se duplica el volumen) la relación entre las variables T y V es $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$, de donde la temperatura de B es

$T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A \left(\frac{1}{2}\right)^{0,4} = T_A \left(\frac{1}{\frac{4}{3}}\right) = \frac{3}{4} T_A$. Durante este proceso la relación entre las variables P y V es $P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$, y la presión de B es

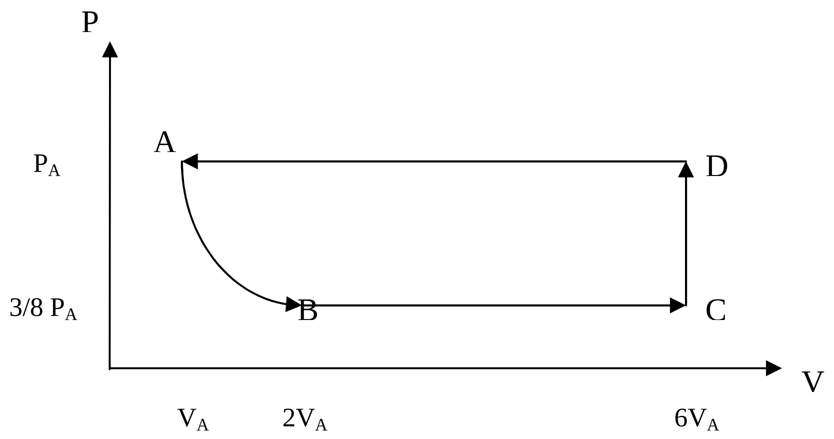
$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = P_A \left(\frac{1}{2}\right)^{1,4} = P_A \left(\frac{1}{2^{1,4}}\right) = P_A \left(\frac{1}{2 \cdot 2^{0,4}}\right) = P_A \left(\frac{1}{2 \cdot \frac{4}{3}}\right) = \frac{3}{8} P_A$$

Durante el proceso B-C se mantiene constante la presión, y se triplica el volumen, por tanto

$P_C = P_B = \frac{3}{8} P_A$, $V_C = 3V_B = 6V_A$. La relación entre las variables V, T en un proceso isóbaro es $\frac{V_B}{V_C} = \frac{T_B}{T_C}$, de donde la temperatura de C es $T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 3T_A = 3\left(\frac{3}{4} T_A\right) = \frac{9}{4} T_A$

En el proceso C-D se mantiene constante el volumen ($V_D = V_C = 6V_A$) , y se alcanza la presión inicial, por lo que $P_D = P_A$. La relación entre las variables T y P en el proceso isócoro C-D es $\frac{P_D}{P_C} = \frac{T_D}{T_C}$, por lo que $T_D = T_C \frac{P_D}{P_C} = \frac{9}{4} T_A \frac{P_A}{\frac{3}{8} P_A} = 6T_A$

El diagrama P-V es



b) Como γ=7/5, los calores específicos a presión y volumen constante son $c_p = \frac{7R}{2}$ y $c_v = \frac{5R}{2}$ respectivamente. El trabajo en la etapa adiabática A-B es igual a la variación de energía interna cambiada de signo, esto es

$$W_{A-B} = Nc_v(T_A - T_B) = N\frac{5}{2}R\left(T_A - \frac{3}{4}T_A\right) = \frac{5}{8}NRT_A = \frac{5}{8}P_AV_A \ .$$

En la etapa isóbara B-C, el trabajo es $W_{B-C} = P_B(V_C - V_B) = \frac{3}{8}P_A(6V_A - 2V_A) = \frac{3}{2}P_AV_A$ o bien

$$W_{B-C} = P_B(V_C - V_B) = NR(T_C - T_B) = NR\left(\frac{9}{4}T_A - \frac{3}{4}T_A\right) = \frac{3}{2}NRT_A = \frac{3}{2}P_AV_A$$

En el proceso isócoro C-D no se realiza trabajo, y en la etapa isóbara D-A el trabajo es

$$W_{D-A} = P_A(V_A - V_D) = P_A(V_A - 6V_A) = -5P_AV_A$$

El trabajo total en el ciclo es, $W = \frac{5}{8}P_AV_A + \frac{3}{2}P_AV_A - 5P_AV_A = -\frac{23}{8}P_AV_A$, el signo negativo indica que se recorre en sentido horario y por tanto funciona como máquina frigorífica

c) En la etapa D-A el calor intercambiado es

$Q_{D-A} = Nc_p(T_A - T_D) = N\frac{7R}{2}(T_A - T_D) = N\frac{7R}{2}(T_A - 6T_A) = -\frac{35}{2}P_A V_A$, que es cedido por el gas

d) Para que funcione como motor térmico, es necesario que se recorra en sentido horario y, en ese caso el trabajo realizado durante el ciclo es $W = \frac{23}{8}P_A V_A$. El calor absorbido en el ciclo, recorrido en sentido antihorario es el que cedía el gas cuando el ciclo se recorría en sentido contrario, por tanto el rendimiento del motor es

$$\eta = \frac{W}{Q_{abs}} = \frac{\frac{23}{8}P_A V_A}{\frac{35}{2}P_A V_A} = \frac{23}{140}$$