En la tabla se muestran los valores de la presión, volumen y temperatura que presentan 2 moles de un gas perfecto diatómico, (de coeficiente adiabático $\gamma = \frac{7}{5}$), en algunos de los estados del ciclo A-B-C-D:

$$A(P_A, V_A, T_A) \xrightarrow{\text{calentamiento isóbaro}} B \xrightarrow{\text{enfriamiento isócoro}} C \xrightarrow{\text{enfriamiento isóbaro}} D \xrightarrow{\text{compresión isoterma}} A$$

	A	B	C	D
P	P_A		$\frac{P_A}{2}$	
V	V_A			$2V_A$
T	T_A	$3T_A$		

a) Completar la tabla y dibujar el diagrama P-V

b) Calcular los calores específicos a presión constante (c_p) y a volumen constante (c_v) en función de R y el correspondiente valor en $\frac{cal}{mol \cdot K}$

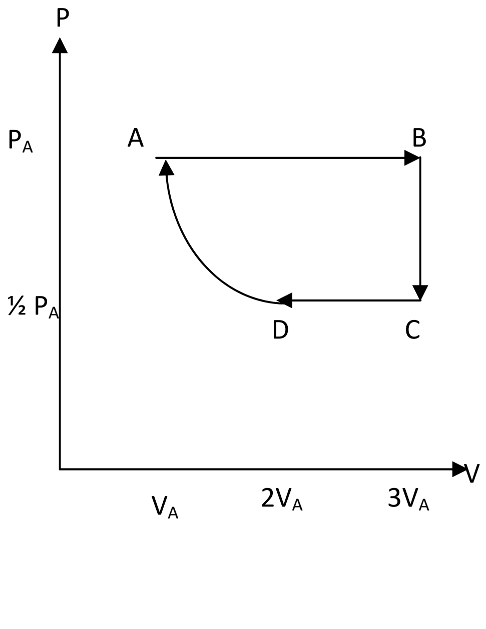
c) Considerar que la temperatura del estado A es T_A = 600 K, y calcular el calor intercambiado en cada etapa, expresando el resultado en función de R y en calorías y la variación de entropía en cada etapa y en el ciclo

d) Rendimiento del motor **Considerar Ln 3=1.1 Ln 2=0.7**

Resolución

a) La etapa A-B se produce a presión constante, por lo que la presión de B es igual a la de A; como en la tabla se observa que la temperatura de B es triple que la de A, se deduce que también se triplica el volumen pues

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = \frac{nR(3T_A)}{P_A} = 3V_A$$



La etapa B-C se produce a volumen constante, por tanto el volumen de C es $V_C = V_B = 3V_A$; de la tabla se desprende que la presión se ha reducido a la mitad, por lo que la temperatura de C es

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{\frac{P_A}{2} 3V_A}{nR} = \frac{3}{2} T_A$$

La etapa C-D se produce a presión constante $P_C = P_D = \frac{P_A}{2}$, como el volumen de D es $2V_A$, su temperatura es $T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{\frac{P_A}{2} 2V_A}{nR} = T_A$

	A	B	C	D
P	P_A	P_A	$\frac{P_A}{2}$	$\frac{P_A}{2}$
V	V_A	$3V_A$	$3V_A$	$2V_A$
T	T_A	$3T_A$	$\frac{3}{2} T_A$	T_A

b) A partir del coeficiente adiabático $\gamma = \frac{7}{5} = \frac{C_p}{C_v}$ se deduce que $C_p = \frac{7}{5} C_v$, y llevando este valor a la relación de Mayer $C_p - C_v = R$ se obtiene $\frac{7}{5} C_v - C_v = R = \frac{2}{5} C_v$. Por tanto, los coeficientes en función de R son $C_v = \frac{5R}{2}$ y $C_p = \frac{7R}{2}$. Para calcular los correspondientes valores en $\frac{cal}{mol \cdot K}$ sustituimos el valor de $R = 2 \frac{cal}{mol \cdot K}$, de donde $C_p = 7 \frac{cal}{mol \cdot K}$ y $C_v = 5 \frac{cal}{mol \cdot K}$

c) Si la temperatura de A es 600K, las temperaturas de B, C y D son respectivamente T_B =1800K, T_C=900K y T_D=600K.

En el proceso A-B, el calor es $Q_{A-B} = nC_p (T_B - T_A) = 2\ mol \frac{7R}{2} (1200\ K) = 8400R = 16800\ \ cal$, y la variación de entropía $\Delta S_{A-B} = nC_p Ln \frac{T_B}{T_A} = 2\ mol \frac{7R}{2} (1{,}1) = 7{,}7R = 15{,}4\ \ \frac{cal}{K}$

En el proceso B-C, el calor es $Q_{B-C} = nC_v (T_C - T_B) = 2\ mol \frac{5R}{2} (-900\ K) = -4500R = -9000\ \ cal$ y la variación de entropía $\Delta S_{B-C} = nC_v Ln \frac{T_C}{T_B} = 2\ mol \frac{5R}{2} (-0{,}69) = -3{,}45R = -6{,}9\ \ \frac{cal}{K}$

En C-D es $Q_{C-D} = nC_p (T_D - T_C) = 2\ mol \frac{7R}{2} (-300\ K) = -2100R = -4200\ \ cal$ y la variación de entropía $\Delta S_{C-D} = nC_p Ln \frac{T_D}{T_C} = 2\ mol \frac{7R}{2} (-0{,}41) = -2{,}87R = -5{,}74\ \ \frac{cal}{K}$

Y en D-A $Q_{D-A} = nRT_D Ln \frac{V_A}{V_D} = -2 mol \cdot R \cdot 600 \cdot 0{,}7 = -840R = -1680\ \ cal$ y la variación de entropía $\Delta S_{D-A} = nRLn \frac{V_A}{V_D} = -2 mol \cdot R \cdot 0{,}69 = -1{,}38R = -2{,}76\ \ \frac{cal}{K}$

La variación de entropía total del ciclo es $\Delta S_{ciclo} = 15{,}4 - 6{,}9 - 5{,}74 - 2{,}76 = 0$

d) El rendimiento es el cociente entre el trabajo realizado en el ciclo y el calor absorbido. Por tratarse de un ciclo, no hay variación de energía interna de donde el trabajo del ciclo es igual al calor neto

$$Q_{neto} = Q_{A-B} + Q_{B-C} + Q_{C-D} + Q_{D-A} = 16800 - 9000 - 4200 - 1680\ \ \ cal = 1920\ \ \ cal$$

$$\eta = \frac{1920}{16800} = 0.11$$