La resultante y el momento resultante respecto al origen de coordenadas O(0,0,0) de un sistema de vectores deslizantes son: $\vec{R} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; $\vec{C}_o = 2\vec{i} + 2\vec{j}$

Calcular:

a) Vector momento resultante de módulo mínimo y momento resultante respecto a un punto genérico M(x,y,z)

b) Ecuación del Eje Central

c) Reducir en el origen de coordenadas a un vector y a un par, de forma que uno de los vectores del par esté situado en el semieje OZ negativo, a una distancia del origen igual a 2

d) Reducción en el Eje Central.

Resolución

1. a) $\left|\vec{C}_{\min}\right| = 3^{er}\, inv = \dfrac{\vec{R}\cdot\vec{C}_o}{R} = \dfrac{0}{R} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{C}_{\min} = \vec{0}}$

Aplicando la ecuación del cambio de momentos

$$\vec{C}_M = \vec{C}_0 + \overrightarrow{MO}\wedge\vec{R} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -x & -y & -z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (z - y + 2)\vec{i} + (x - z - 2)\vec{j} + (y - x)\vec{k}$$

b) Ecuación del Eje Central: Calculamos primero el punto E del eje

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\vec{R}\wedge\vec{C}_0}{R^2} = \frac{1}{3}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{4}{3}\vec{k} \rightarrow E\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-4}{3}\right)$$

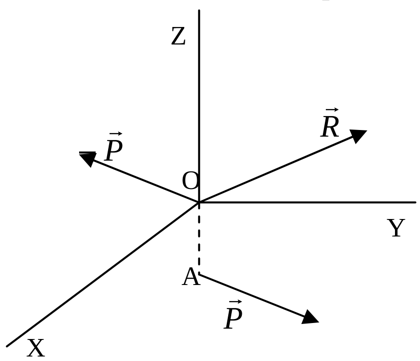
$x - \dfrac{2}{3} = y - \dfrac{2}{3} = z + \dfrac{4}{3} \rightarrow$ Eje Central en forma continua

$\left.\begin{matrix} x = y \\ x = z + 2 \end{matrix}\right\} \rightarrow$ Intersección de dos plano

c) Punto en el que se va a realizar la reducción O(0,0,0). Uno de los vectores del par está aplicado en O y el otro en el punto A(0,0,-2)

$\vec{R} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\,; O(0,0,0)$

$\vec{C}_o = 2\vec{i} - 2\vec{j} \rightarrow par \rightarrow \begin{cases} -\vec{P}\ aplicado\ en\, O(0,0,0) \\ \vec{P}\ aplicado\ en\ A(0,0,-2) \end{cases}$



$$\vec{C}_o = \vec{M}_o(\vec{P}) + \vec{M}_o(-\vec{P}) + \vec{M}_o(\vec{R}) = \vec{M}_o(\vec{P}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{P}$$

$$2\vec{i} - 2\vec{j} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -2 \\ P_x & P_y & P_z \end{vmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2 = 2P_y \\ -2 = -2P_x \\ 0 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_x = 1 \\ P_y = 1 \\ P_z = 0 \end{cases}$$

Sistema equivalente: $\begin{cases} \vec{R} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\,; O(0,0,0) \\ -\vec{P} = -\vec{i} - \vec{j}\,; O(0,0,0) \\ \vec{P} = \vec{i} + \vec{j}\,; A(0,0,-2) \end{cases}$

d)Reducción en el Eje Central: El sistema queda reducido a un solo vector, $\vec{R}$ como vector deslizante sobre el Eje Central

$$\vec{R} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \;;\; E\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-4}{3}\right)$$