

Dados los vectores:  $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ;  $\vec{B} = 5\vec{j}$ , determinar el vector contenido en el plano XZ que siendo perpendicular al vector  $\vec{A}$  tenga un módulo igual al producto escalar de los dos vectores.

El vector solicitado, está contenido en el plano XZ por lo que no tiene componente Y, esto es

$$\vec{C} = C_x \vec{i} + C_z \vec{k}$$

Además es perpendicular al vector  $\vec{A}$  por lo que el producto escalar de ambos vectores es nulo

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = (\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) \cdot (C_x \vec{i} + C_z \vec{k}) = C_x - 3C_z = 0,$$

de donde  $C_x = 3C_z$

El módulo del vector es igual al producto escalar de los dos vectores es

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{C}| = (\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) \cdot (5\vec{j}) = 10$$

$$10 = \sqrt{C_x^2 + C_z^2} = \sqrt{9C_z^2 + C_z^2} = C_z \sqrt{10},$$

de donde

$$C_z = \sqrt{10}, \quad C_x = 3\sqrt{10}$$

$$\vec{C} = \sqrt{10}\vec{i} + 3\sqrt{10}\vec{k}$$

Comprobación

El módulo es igual al producto escalar de los dos vectores:

$$|\vec{C}| = \sqrt{10 + 90} = 10$$

Es perpendicular al vector  $\vec{A}$ :

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = (\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) \cdot (3\sqrt{10}\vec{i} + \sqrt{10}\vec{k}) = 1 \cdot 3\sqrt{10} - 3 \cdot \sqrt{10} = 0$$