Apoyo para la preparación de los estudios de Ingeniería y Arquitectura

Física (Preparación a la Universidad)

Unidad 19: Campo eléctrico

Universidad Politécnica de Madrid

12 de abril de 2010

19.1. Planificación de la Unidad

19.1.1. Objetivos

1. Repasar el concepto básico de carga
2. Recordar la ley de Coulomb para cargas puntuales; también, la fuerza y el campo eléctrico correspondientes. Discutir la razón carga/masa
3. Discutir el teorema de Gauss y sus aplicaciones
4. Repasar el potencial eléctrico y su relación con la energía potencial

19.1.2. Actividades

1. Lectura del tema
2. Realización del cuestionario de la unidad (enlace)
3. Resolución de los ejercicios propuestos básicos
4. Resolución de los ejercicios avanzados (con estrella)
5. Actividades complementarias:
    a) Buscar información sobre el electromagnetismo en el ámbito de tu titulación. Listado de asignaturas que se relacionan, directa o indiréctamente, con ella.
    b) Redactar una pequeña reseña (máximo 1 página).

19.1.3. Bibliografía

1. Libros de primero y segundo de Bachillerato
2. P.A. Tipler y G. Mosca, *Física para Ciencias e Ingeniería*, 5ª edición, Editorial Reverté, 2005. Capítulos 21, 22 y 23.

19.1.4. Enlaces relacionados

1. Proyecto Newton:
    a) Fenómenos eléctricos Corriente eléctrica
    b) Campo magnético

   c) Rozamiento

2. Prof. Ángel Franco (UPV): electromagnetismo

3. Wikipedia:

   a) Carga eléctrica

   b) Ley de Coulomb

   c) Ley de Gauss

Figura 19.1: Relámpagos en una tormenta eléctrica. De wikipedia commons

19.2. Carga eléctrica

Desde tiempo inmemorial se conocen una serie de fenómenos que acabaron relacionados con el término “fenómenos eléctricos”. En particular, la repulsión que surge entre ciertos cuerpos cuando se los frota; el más conocido es el ámbar, y del nombre griego de este material, *elektron*, proviene la palabra electricidad.

Más adelante, se comprobó cómo una serie de fenómenos naturales estaban relacionados entre sí y se debían a la existencia de cargas. Por ejemplo, toda clase de “chispas”, incluyendo los relámpagos (ver Figura 19.1).

En resumen, se descubrió que ciertos cuerpos pueden poseer una carga eléctrica neta. Esta carga eléctrica es muy similar a la masa: es una magnitud escalar que describe la respuesta de un cuerpo a un carpo eléctrico; igual que, como hemos visto, la masa describe la respuesta de un cuerpo a un campo gravitatorio. De hecho, existe un fuerte paralelismo entre la electricidad y la gravitación, con frecuentes analogías, pero también importantes diferencias, como iremos discutiendo.

La carga eléctrica se mide en el SI en Coulombios, y se usa el símbolo C. En el cuadro 19.1 mostramos una serie de cargas típicas. Como se ve, un Coulombio es una medida ”grande”, en el sentido de que muchos objetos cotidianos tienen una carga pequeña en esta unidad; esto tiene que ver con lo ”fuerte”que es la atracción eléctrica, como veremos en seguida. Por este motivo, se suelen utilizar unidades de microcoulombios 10^{-6} C, o milicoulombios 10^{-3}.

Como se ve en el cuadro, el contenido de carga de los electrones en un objeto pequeño (una moneda), es, sin embargo, muy alto. Esto representa una gran diferencia con respecto a la gravitación: mientras que toda masa genera un campo atractivo para las demás, las cargas eléctricas tienen *signo*. Los objetos con la misma carga se repelen (sean las dos cargas positivas o negativas), y los objetos con cargas distintas se atraen. Por tanto, y a

Objeto	Carga (C)
Electrón	$-1{,}602 \times 10^{-19}$
Protón	$1{,}602 \times 10^{-19}$
Núcleo de mercurio	$1{,}28 \times 10^{-17}$
En un objeto pequeño, al frotar	$\sim 10^{-8}$
Carga total de los electrones en una moneda de cobre	$\sim -10^{5}$

Cuadro 19.1: Lista de órdenes de magnitud de distintas cargas eléctricas de interés

pesar de que la interacción es eléctrica es muy potente, puede suceder (y es, de hecho, lo común) que la carga neta de un objeto sea casi nula, al compensarse las cargas positivas con las negativas.

sectionLa ley de Coulomb

Fue by Charles-Augustin de Coulomb el primero en establecer una serie de hechos fundamentales en este campo. El primero es que la carga eléctrica pueda ser positiva o negativa, como acabamos de discutir. Como los objetos con la misma carga se repelen y los objetos con cargas distintas se atraen, la fuerza tiene el mismo signo que el producto de las dos cargas: $q_1 q_2$, que es positivo si se repelen y negativo si se atraen. De hecho, es proporcional a ellas también (a más carga, más fuerza).

Esta factor aparece en la ley que lleva su nombre. Para completarla, Coulomb llegó a la conclusión de que, aparte de la dependencia con las cargas, la ley que describe la fuerza entre objetos con cargas distintas es exactamente igual, matemáticamente, que la atracción gravitatoria:

$$F(r) = K\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Esta ley sólo vale, en rigor, para cargas que no se mueven y que sean puntuales (o, en términos prácticos muy pequeñas). La fuerza decrece, como la de gravitación, con el cuadrado de la distancia entre las cargas, r. La constante de proporcionalidad, K, tiene necesariamente unidades de N $\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$ en el SI. El valor de esta constante es, bastante aproximadamente,

$$K = 9 \times 10^9 \ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}.$$

Es decir: es enorme si las cargas son del orden del coulombio; esto explica lo pequeño de los números en el Cuadro 19.1. En efecto, dos cargas de 1 C situadas a 1 m se repelerían con una fuerza de 9×10^9 N.

Una forma alternativa de la ley de Coulomb es:

$$F(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

donde lo único que se hace es cambiar el factor de proporcionalidad:

$$K = 1/(4\pi\epsilon_0).$$

La constante ϵ_0 se llama "constante eléctrica" (o, más misteriosamente, "permitividad del vacío"), y su valor está fijado por el de K. En unidades SI, vale $8{,}810^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}. Es pequeña por ser la inversa (salvo el factor 4π) de K, que es grande.

Ejercicio:

Hallar este valor de ϵ_0 a partir del de K.

Para ser rigurosos, recordemos que las fuerzas son vectoriales. Habría que escribir que la fuerza que la partícula 1 ejerce sobre la 2 es:

$$\vec{F}_2(r) = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}, \tag{19.1}$$

donde $\vec{u}$ es un vector unitario que apunta desde la partícula 1 hacia la 2. La fuerza que genera la partícula 2 sobre la 1, $\vec{F}_1(r)$, es justamente la contraria:

$$\vec{F}_1(r) = -\vec{F}_2(r);$$

lo cual no es, por otra parte, más que la tercera ley de Newton. En otras palabras: las fuerzas de Coulomb satisfacen el principio de acción y reacción.

¡! **Error habitual:**

En la fórmula (19.1) el vector unitario $\vec{u}$ apunta *desde* la partícula 1 *hacia* la 2. No al revés: una fuerza positiva en módulo implica una repulsión que separa las partículas.

19.2.1. El campo eléctrico

Igual que en el caso gravitatorio, es interesante definir el campo eléctrico, de tal modo que la fuerza proceda de él cuando se multiplica por la carga. Escribiendo q y Q en vez de q_1 y q_2, tendríamos la fuerza en la carga q debida al campo eléctrico $\vec{\mathcal{E}}$:

$$\vec{F}(r) = q\vec{\mathcal{E}}(r).$$

El campo de Coulomb $\vec{\mathcal{E}}$ creado por la carga Q es, por tanto:

$$\mathcal{E}(r) = K\frac{Q}{r^2}.$$

Objeto	Campo eléctrico (N/C)
Cable eléctrico doméstico	10^{-2}
Ondas de radio	10^{-1}
Atmósfera	10^{2}
Luz solar	10^{3}
Bajo una nube tormentosa	10^{4}
Descarga de un relámpago	10^{4}
Tubo de rayos X	10^{6}
Sobre el electrón de un átomo de hidrógeno	6×10^{11}
En la superficie de un nucleo de uranio	6×10^{21}

Cuadro 19.2: Lista de órdenes de magnitud de campos eléctricos de interés

Recordando que esta magnitud es vectorial, debemos escribir, con propiedad:

$$\vec{\mathcal{E}}(r) = K\frac{Q}{r^2}\vec{u},$$

donde $\vec{u}$ es un vector unitario que apunta hacia afuera de la carga Q.

Si se tienen varias partículas, los campos se suman vectorialmente:

$$\vec{\mathcal{E}}(r) = \sum_i K\frac{Q}{r_i^2}\vec{u}_i.$$

Si lo que se tiene es una distribución de carga, la suma se reemplazaría por una integral.

¡! Error habitual:

No hay que olvidar nunca que los campos se suman vectorialmente, no simplemente en módulo.

19.2.2. Razón carga/masa

Otra importante diferencia con la gravitación es que, una vez conocida la fuerza, la segunda ley de Newton nos proporciona la aceleración. Pero en ésta sigue apareciendo la masa del objeto.

Es decir, en el campo gravitatorio tenemos $\vec{F}_g = m\vec{\mathcal{E}}_g = m\vec{a}$, y la masa se cancela: $\vec{a} = \vec{\mathcal{E}}_g$; es decir, la aceleración de la gravedad es igual al campo gravitatorio.

Pero en el campo eléctrico tenemos $\vec{F} = q\vec{\mathcal{E}} = m\vec{a}$, así que:

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}},$$

expresión en la que aparece la importante razón carga/masa. Indica esta razón que los objetos con mucha carga y poca masa se ven más afectados por un campo eléctrico que los de poca carga y mucha masa, lo cual parece lógico.

Un desarrollo muy importante fue la determinación de las partículas responsables de los fenómenos de corriente eléctrica. Se puede atribuir a J.J. Thomson el descubrimiento de que se debía a partículas que denominaron electrones. Experimentalmente fue relativamente sencillo medir la esta razón carga/masa de estas partículas; los experimentos con rayos catódicos de J.J. Thomson proporcionaron un valor muy preciso de ella en 1896 (los rayos catódicos se emplean en los tubos de televisión tradicionales, que sólo recientemente se están reemplazando). Este valor, por cierto, es gigantesco en unidades fundamentales del SI: del orden de 10^{11} C/kg; el electrón está por tanto, muy cargado para lo ligero que es. Hubo que esperar hasta los experimentos de Millikan en 1909 no se contó con una estimación independiente de su carga (en el cuadro 19.1 se muestra el mejor valor conocido actualmente) y, por tanto, de su masa.

El hecho de que existan partículas cargadas que puedan conducir la electricidad indica que en los cuerpos deben existir partículas con la carga opuesta, para explicar que haya objetos que no tengan carga alguna. Pronto se llegó a la conclusión de que existen otras partículas, llamadas protones, con exactamente la misma carga pero de signo contrario. Además, son más pesadas, unas 1000 veces más que los electrones. Estas dos partículas, junto con los neutrones, que son similares a los protones pero no poseen cargas, componen una descripción bastante completa de la materia.

19.3. El teorema de Gauss

Un importante resultado general en electricidad se refiere al campo eléctrico. En particular, a su flujo. Si tenemos una superficie de área A con un vector normal $\vec{n}$, el flujo del campo eléctrico a través de ella es

$$\Phi = A(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{n}).$$

Al tomar el producto escalar, hay que notar que si la superficie está "de canto" con respecto al campo E, el flujo es nulo. En esta definición hemos supuesto que el campo E es constante, en general el flujo se expresa como una integral sobre una superfice (pero en los ejemplos que vamos a considerar esto no será necesario). Además, hay una ambigüedad clara a la hora de definir hacia adonde apunta n; si la superficie es cerrada (como será en nuestros ejemplos) apunta hacia afuera por definición.

El teorema de Gauss establece que, para una superficie cerrada,

$$\Phi = Q/\epsilon_0,$$

donde Q es la carga total encerrada dentro de la superficie.

En efecto, una aplicación directa de este teorema proporciona la ley de Coulomb. Si tomamos una partícula puntual de carga Q y una superficie esférica de radio r alrededor de ella, tendremos

$$\Phi = 4\pi r^2 \mathcal{E},$$

porque por simetría el campo $\mathcal{E}$ tiene que ser perpendicular a la superficie esférica en cada punto de ella (en efecto, si no lo fuera, habría que explicar por qué no y hacia dónde iría).

El teorema de Gauss nos dice

$$4\pi r^2 \mathcal{E} = Q/\epsilon_0,$$

y despejando $\mathcal{E}$ recuperamos la ley de Coulomb.

Ejemplo 19.1 *Calcular el flujo eléctrico a través de una superficie esférica que engloba una carga puntual Q que* no *está en el centro de la esfera.*

Fijémonos el que el teorema de Gauss sigue siendo válido. Así pues, $\Phi = Q/\epsilon_0$. Sin embargo, no es fácil concluir de aquí cuánto vale el campo eléctrico: en los puntos de la superficie más cercanos a la carga será mayor, y menor en los lejanos. Además, no será perpendicular a la superficie (salvo en dos puntos: el más cercano y el más lejano).

¡! **Error habitual:**

El teorema de Gauss siempre nos da el flujo correcto. Pero de esta información sólo podemos deducir el campo eléctrico en ciertos casos (por ejemplo, a partir de argumentos de simetría).

19.4. El potencial eléctrico

El campo eléctrico es conservativo: se deriva de un campo potencial. Para el caso Coulombiano, puede verse que si definimos

$$V(r) = K\frac{Q}{r},$$

que es un campo escalar, tenemos

$$\vec{\mathcal{E}}(r) = -\frac{d\Phi}{dr}.$$

En general, el campo es el gradiente del potencial:

$$E(r) = -\nabla U.$$

En unidades SI el potencial se mide en N m /C. A esta combinación se la conoce como *voltio* (en honor a A. Volta), y recibe el símbolo V. Por tanto, el campo eléctrico puede expresarse también en V/m en el sistema internacional (como es, de hecho, habitual).

Si se tienen varias partículas, el potencial resultante es: $V(r) = \sum_i K\frac{Q}{r_i}$.

Como el potencial eléctrico es un campo escalar, los distintos campos se suman sin más, no vectorialmente.

Recordemos que el campo eléctrico es el gradiente del potencial eléctrico (cambiado de signo). En general, la fuerza es el gradiente de la energía potencial. Es decir, la energía potencial y el potencial eléctrico están simplemente emparentadas por la carga de la partícula que sobre la que actúa el campo:

$$E_p = qU.$$

Todas las conclusiones del capítulo en el que se discutieron las fuerzas conservativas en general. En particular, se cumple la conservación de la energía mecánica.

¡! Error habitual:

Las magnitudes energía potencial y el potencial eléctrico están tan estrechamente relacionadas que a veces se nos olvida que hay que multiplicar por la carga. Recordamos que el potencial se mide en voltios, y la energía potencial en julios, como todas las energías.

¡! Error habitual:

La energía potencial y el potencial eléctrico están relacionadas por la carga de la partícula que "siente" el campo, no por la que genera el campo.

Ejemplo 19.2 *Como importante ejemplo, consideremos el trabajo que hay que realizar para acercar dos cargas q desde una distancia muy grande hasta una distancia r. Las cargas están en reposo al principio y al final.*

- *En la configuración inicial tenemos $E_p = 0$ (porque las cargas están muy lejos) y $T = 0$ (porque están en reposo).*

- *En la configuración final tenemos* $E_p = Kq^2/r$ *y, de nuevo* $T = 0$.
- *Así pues, el trabajo que hay que realizar es la diferencia de la energía potencial final y la inicial:* $W = Kq^2/r$.

Fijémonos en que el trabajo es positivo: hace falta realizar un trabajo sobre las cargas para acercarlas. Además, como el campo es conservativo, los detalles del proceso (por qué trayectoria se acercan las cargas, cómo de rápido) no importan.

Se puede considerar el proceso inverso: dos cargas cercanas que se alejan. En este caso el trabajo es negativo, porque lo realizan las cargas. Este trabajo podría emplearse, por ejemplo, en una máquina, o disiparse en calor.

Ejemplo 19.3 *Otro caso similar corresponde a transferencia de energía potencial eléctrica en energía cinética. Por ejemplo: calculemos la velocidad final de un carga* q *que se libera a una distancia* r *de otra carga idéntica (que está fija).*

- *En la configuración inicial tenemos* $E_p = Kq^2/r$ *y* $T = 0$.
- *En la configuración final tenemos* $E_p = 0$ *y* T *desconocido.*
- *Así pues, la energía cinética se obtiene igualando las energías totales:* $T = Kq^2/r$. *Conocida la masa* m *de una partícula, tendríamos* $v^2 = 2Kq^2/(rm)$.

Estos problemas son reversibles: una carga con una energía cinética como la hallada se acercaría (desde muy lejos) a una distancia r *de la otra.*

19.5. Problemas

1. Dos cargas iguales están situadas a un metro y se repelen con una fuerza de un Newton. Calcular el valor de la carga. (Para comparar, se puede plantear el problema análogo gravitacional: dos masas iguales alejadas 1 metro se atraen con una fuerza de un Newton; calcular la masa. La constante gravitacional, análoga a K, vale $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}.)

2. Dadas dos cargas de 1 μC cada una situadas en las posiciones $(-a, 0, 0)$ y $(a, 0, 0)$, donde a es 1 m, hallar el campo eléctrico en:

   a) el origen

   b) el punto $(2a, 0, 0)$

   c) el punto $(0, a, 0)$

3. Se sitúa una carga q en el origen de coordenadas, O. Discutir el valor del flujo del campo eléctrico para estas superficies:

   a) Una esfera de radio R centrada en O.

   b) Una esfera de radio R centrada en $(R/4, 0, 0)$ (o sea, en el eje x, a una distancia $R/4$ del origen).

   c) Una esfera de radio R centrada en $(4R, 0, 0)$ (o sea, en el eje x, a una distancia $4R$ del origen).

   d) Una esfera de radio $6R$ centrada en $(4R, 0, 0)$ (o sea, en el eje x, a una distancia $4R$ del origen).

4. Dos cargas $q_1 = 3$ μC y $q_2 = -3$ μC y están separadas una distancia de 0,1 m.

   a) El punto A está a la mitad de distancia de las dos. Calcular el campo eléctrico y el potencial en él.

   b) El punto B está a 0,02 m de q_1 y 0,08 m de q_2. Calcular el campo eléctrico y el potencial en él.

   c) Calcular el trabajo que necesita realizar el campo para llevar una partícula de carga $q_2 = 2$ μC del punto A al B. Discutir el signo.