Apoyo para la preparación de los estudios de Ingeniería y Arquitectura

Física (Preparación a la Universidad)

Unidad 14: Ondas sonoras

Universidad Politécnica de Madrid

16 de marzo de 2010

14.1. Planificación de la unidad

14.1.1. Objetivos

1. Conocer las características más importantes de las ondas sonoras: tono, timbre, sensación sonora, etc.

2. Calcular el nivel de intensidad de una onda de sonido.

3. Conocer el efecto Doppler de las ondas de sonido.

14.1.2. Actividades

1. Lectura del resumen del tema

2. Realización de los ejercicios

14.1.3. Bibliografía

1. TIPLER, P.A. y MOSCA, G. *Física para la ciencia y la tecnología*, 5ª Edición, vol. 1, Temas 15 y 16, Editorial Reverté, 2005.

14.1.4. Enlaces relacionados

14.2. Introducción

Las ondas sonoras son ondas longitudinales que pueden viajar a través de distintos medios materiales. Se producen por las oscilaciones de las partículas del medio en la misma dirección de la propagación. Podemos explicar las ondas sonoras mediante un muelle: las oscilaciones a lo largo de la dirección del muelle producen zonas de compresión y estiramiento, de modo que podemos hablar de ondas de densidad o de ondas de presión.

A las zonas con alta densidad las llamaremos condensaciones y a las de baja densidad rarefacciones. En realidad veremos que la densidad no hace más que pequeñas oscilaciones en torno a su valor medio.

Dependiendo de la frecuencia o tono, podemos clasificar a las ondas sonoras en:

1. **Ondas audibles,** desde unos 20 Hz hasta 20 kHz.

2. **Ondas infrasónicas o infrasonidos,** frecuencias inferiores a 20 Hz, como las ondas sísmicas.

3. **Ondas ultrasónicas o ultrasonidos,** frecuencias superiores a 20 kHz. Estas ondas pueden generarse induciendo vibraciones en un cristal de cuarzo, con la ayuda de un campo eléctrico alterno, debido a las propiedades piezoeléctricas del cuarzo. El fenómeno de la piezoelectricidad consiste en que cuando se somete a un material a una diferencia de potencial, éste vibra con una frecuencia, por lo que genera ondas sonoras.

Los dispositivos capaces de transformar un tipo de señal en otra, reciben el nombre de transductores. Pueden existir transductores que sean receptores o emisores. Entre los receptores están los micrófonos, que transforman las ondas sonoras en impulsos eléctricos. Entre los emisores están los altavoces, que convierten las señales eléctricas en ondas sonoras. Un tipo particularmente importante de transductores son los ultrasónicos, ya que se emplean en limpieza, en el sonar o para hacer las ecografías.

14.3. Timbre

Los instrumentos musicales se pueden distinguir unos de otros por su timbre. Los sonidos de los instrumentos son la suma de una serie de funciones seno o coseno, que se conocen como *armónicos*. El contenido y amplitud de estos armónicos hacen reconocibles a los instrumentos o, incluso, a la voz de una determinada persona.

En la gráfica 14.1 se puede ver la forma de la onda emitida por un clarinete.

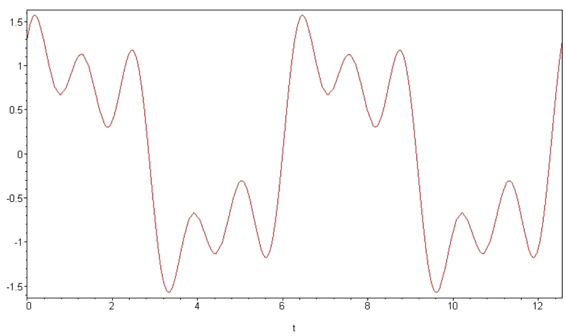

Figura 14.1: Onda emitida por un clarinete

Tabla 14.1: Valores del Módulo de compresibilidad en volumen, B

Material	B (GPa)
Agua	2.2
Plomo	7.7
Vidrio	35 a 55
Aluminio	70
Cobre	140
Acero	160
Diamante	620

14.4. Velocidad de las ondas de sonido

En el Apéndice (14.10) se hace la deducción de la ecuación de ondas para ondas en un fluido. De esta ecuación se puede deducir la velocidad de las ondas sonoras en los distintos medios. En general, veremos que la velocidad de las ondas sonoras aumenta con el módulo de compresibilidad, que mide la presión a la que hay que someter a un material para que se comprima. Igualmente, disminuye con la densidad del medio.

14.4.1. Velocidad de las ondas en un fluido

De acuerdo con la deducción desarrollada en el Anexo, la velocidad de las ondas en un fluido es:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}} \tag{14.1}$$

El módulo B se suele definir mediante la razón entre la presión que hay que ejercer a un material sólido, líquido o gas para que se comprima una cierta proporción:

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta \mathcal{V}/\mathcal{V}} \tag{14.2}$$

El signo negativo corresponde a que la mayor parte de los materiales se comprimen cuando se les somete a una presión, por lo que $\Delta\mathcal{V}$ es negativo y, de ese modo, B es positivo.

En la tabla 14.1 se recogen algunos valores del módulo de compresibilidad en volumen.

Esta ecuación nos puede servir para calcular la velocidad de las ondas sonoras en un fluido, como, por ejemplo, el agua.

Tabla 14.2: Valores del Módulo de Young, Y

Material	Y (GPa)
Plomo	16
Aluminio	70
Cobre	110
Acero	200

14.4.2. Velocidad de las ondas de sonido en un sólido

Si queremos obtener la velocidad de las ondas en un sólido, la deducción de la ecuación de ondas es similar a la del fluido, excepto en que las barras cuando se comprimen por los extremos, tienden a aumentar ligeramente su diámetro. El módulo de elasticidad en sólidos, recibe el nombre de módulo de Young, Y, por lo que podemos escribir la ecuación 14.1 para ondas sonoras en sólidos, de la siguiente forma:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}} \tag{14.3}$$

donde el módulo de Young se define como:

$$Y = \frac{F_\perp}{A}\,\frac{l_0}{\Delta l} \tag{14.4}$$

siendo $F_\perp$ la componente perpendicular de la tensión (fuerza) aplicada sobre el área A, y $\Delta l/l_0$ la deformación relativa. Las unidades del módulo de Young son los pascales (Pa). En la tabla 14.2, podemos ver algunos valores del módulo de Young.

14.4.3. Velocidad de las ondas de sonido en un gas

En el caso de gases, hay que tener en cuenta que el módulo de elasticidad de volumen, B, depende de la presión a la que está sometida el gas. De hecho, se puede demostrar que es:

$$B = \gamma\, p_0 \tag{14.5}$$

donde p_0 es la presión de equilibrio del gas y γ es la razón de las capacidades caloríficas del gas, por lo que es un número adimensional. Para gases diatómicos, esta razón es de 1.4, mientras que para gases monoatómicos, su valor es de 1.67.

Tabla 14.3: Valores de la velocidad de propagación de las ondas sonoras, v

Material	v (m s^{-1})
Gases a 20°	
Aire	340
Helio	990
Hidrógeno	1310
Líquidos	
Agua (20°)	1480
Mercurio (20°)	1450
Sólidos	
Aluminio	6400
Acero	5940

Por su parte, si aplicamos la ecuación de los gases ideales, podemos obtener el cociente B/ρ:

$$\frac{B}{\rho} = \frac{\gamma\, p_0}{\rho} = \frac{\gamma\, nRT}{\mathcal{V}}\,\frac{\mathcal{V}}{nM} \tag{14.6}$$

De manera que la velocidad de las ondas de sonido en gases, es:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}} \tag{14.7}$$

donde R es la constante universal de los gases ideales, T es la temperatura y M es el peso molecular.

Como resumen, podemos ver algunos de los valores de la velocidad de las ondas sonoras en los distintos medios en la tabla 14.3

14.5. Intensidad y sensación sonora

Como todas las ondas, las ondas sonoras también tienen asociada una cierta energía por unidad de superficie y de tiempo, que denominamos intensidad.

Para calcular la densidad de energía por unidad de volumen de una onda sonora, vamos a escribir la relación que existe entre las amplitudes de la onda de presión P_0 y de la onda de desplazamiento ψ_0:

$$P_0 = \rho_0 \; \omega \; v \; \psi_0 \tag{14.8}$$

donde v es la velocidad de propagación, ω es la frecuencia angular y ρ_0 es la densidad del medio.

Ejemplo 14.1 Cálculo de la amplitud mínima en ondas de sonido.

Teniendo en cuenta que a una frecuencia de 400 Hz, el sonido más débil que podemos oír corresponde a una amplitud de presión de aproximadamente 8×10^{-5} Pa, calcula la correspondiente amplitud de desplazamiento, tomando para el aire una densidad $\rho_0 = 1{,}29$ kg m^{-3} y una velocidad del sonido de 345 m s^{-1}
Solución:

$$\psi_0 = \frac{P_0}{2\pi f \; \rho_0 \; v} = 7{,}15 \times 10^{-11} \text{ m} \tag{14.9}$$

Esta amplitud es del orden de las dimensiones moleculares.

Como ya sabemos, la intensidad de las ondas es proporcional a la amplitud al cuadrado. En el caso de las ondas de sonido, podemos utilizar el hecho de que en las ondas de desplazamiento la densidad de energía por unidad de volumen sería la correspondiente a la energía elástica:

$$\frac{dE}{d\mathcal{V}} = \frac{1}{2} \; \rho_0 \; \omega^2 \; \psi_0^2 \tag{14.10}$$

Para calcular la energía total que fluye en un cierto intervalo de tiempo dt, podemos multiplicar la densidad de energía por el volumen que recorre la onda, que será $Avdt$, donde A es la sección y v es la velocidad de propagación. Así tendremos:

$$dE = \frac{1}{2} \; A \; \rho_0 \; \omega^2 \; \psi_0^2 \; dt \tag{14.11}$$

Por tanto, la energía por unidad de tiempo será:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \; A \; \rho_0 \; \omega^2 \; \psi_0^2 \tag{14.12}$$

Y la intensidad será:

$$I = \frac{1}{A} \; \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \; \rho_0 \; \omega^2 \; \psi_0^2 \tag{14.13}$$

Podemos escribir esta intensidad en función de la presión, utilizando la ecuación 14.8:

$$I = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{v \, \rho_0} \tag{14.14}$$

La sensibilidad del oído humano depende de la frecuencia. Podemos establecer una intensidad mínima o umbral para cada frecuencia, por debajo del cual, el sonido no es audible. Igualmente podemos definir una intensidad máxima o umbral de dolor, por encima del cual el sonido produce molestia o dolor.

En la figura 14.2, podemos ver las gráficas correspondientes a los umbrales citados, además de unas curvas denominadas *isofónicas*, ya que corresponden a curvas de intensidad que se perciben igual por el oído humano, ya que éste no tiene la misma sensibilidad en todo el rango de frecuencias.

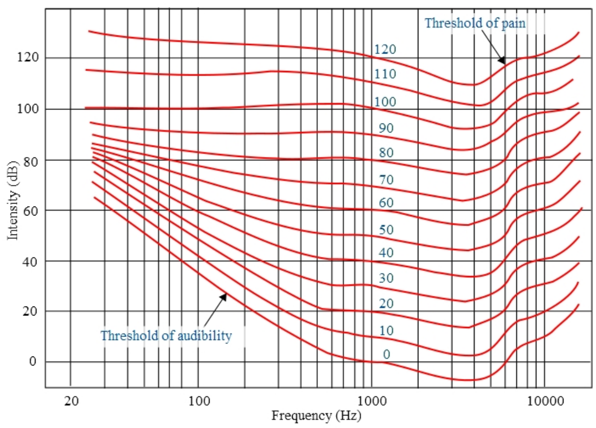

Figura 14.2: Curvas isofónicas. Fuente: Wikimedia Commons, http://commons.wikimedia.org/wiki/

También es conveniente definir la sensación sonora o nivel de intensidad que se define de la siguiente forma:

$$S = 10 \, \log \frac{I}{I_0} \tag{14.15}$$

donde I_0 es la intensidad umbral, que se toma por convenio como $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W m^{-2}

Podemos hallar la diferencia de nivel de intensidad entre dos fuentes como:

$$S_1 - S_2 = 10 \, \log \frac{I_1}{I_2} \tag{14.16}$$

Ejemplo 14.2 Cálculo de la sensación sonora.

Dada una onda sonora cuya intensidad es de $2{,}7 \times 10^{-8}$ W m^{-2}, calcula su nivel de intensidad
Solución:

$$S = 10\ \log \frac{I}{I_0} = 10\ \log \frac{2{,}7 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 44{,}31 \text{ dB} \tag{14.17}$$

14.6. Efecto Doppler

El efecto Doppler consiste en el desplazamiento de la frecuencia de las ondas debido al desplazamiento relativo del foco con respecto al observador. Lo descubrió el físico austriaco Christian Doppler (1803-1853) en 1842, en conexión con el desplazamiento de frecuencia de la luz emitida por las estrellas.

Este fenómeno lo podemos oír al acercarse o alejarse una fuente de sonido de nosotros, por ejemplo, una sirena. Al acercarse la sirena, la frecuencia aumenta y al alejarse, la frecuencia disminuye.

En la figura 14.3, podemos ver una ilustración del efecto Doppler. Cuando el foco está emitiendo y moviéndose simultáneamente, los frentes de onda emitidos anteriormente, tienen su centro desplazado, de modo que las crestas en la dirección y sentido del movimiento están más juntas (aumento de la frecuencia), mientras que las crestas en la misma dirección y sentido contrario al movimiento están más separadas (disminución de la frecuencia).

Podemos distinguir tres casos, dependiendo de si se mueve el emisor, el receptor o ambos:

1. Si se mueve el emisor, entonces la frecuencia aparente, f' será:

$$f' = \left(\frac{v}{v + v_s} \right) f_0 \tag{14.18}$$

   donde v_s es la velocidad de la fuente y la tomaremos como positiva si el emisor se aleja del receptor y negativa si se acerca.

2. Si se mueve el receptor, entonces la frecuencia aparente, f' será:

$$f' = \left(\frac{v + v_r}{v} \right) f_0 \tag{14.19}$$

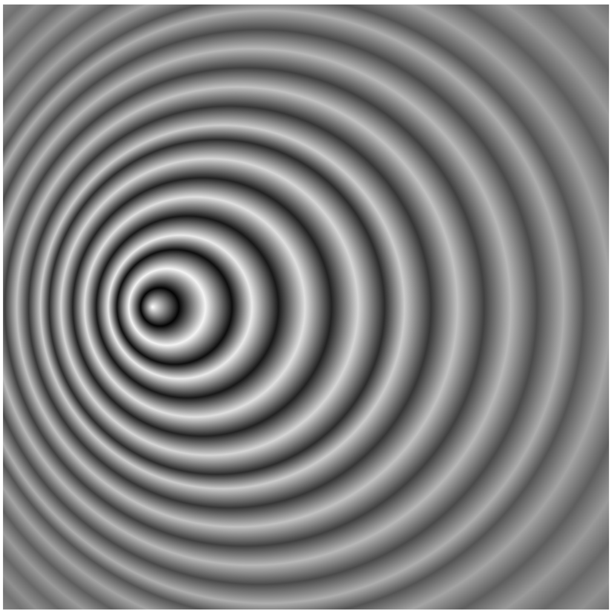

Figura 14.3: Ilustración del efecto Doppler. Fuente: Wikimedia Commons http://commons.wikimedia.org/wiki/

donde v_r es la velocidad del receptor y la tomaremos como positiva si el receptor se acerca al emisor y negativa si se aleja del mismo.

3. Si se mueven, tanto el receptor, como el emisor, entonces la frecuencia aparente, f' será:

$$f' = \left(\frac{v + v_r}{v + v_s} \right) f_0 \tag{14.20}$$

donde v_r es la velocidad del receptor y v_s es la velocidad del emisor, con los criterios de signos que hemos expresado en los puntos anteriores. El criterio general es que la frecuencia tiende a aumentar si ambos se acercan, mientras que disminuye si se alejan

En el caso de las ondas electromagnéticas, el efecto Doppler adquiere otra expresión, debido a que la velocidad de la luz en el vacío es una constante universal. De manera que hay que aplicar los criterios de la Relatividad especial. Aunque no haremos una deducción formal, podemos expresar el cambio en frecuencia de la siguiente forma:

$$f' = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}\, f_0 \tag{14.21}$$

donde v es la velocidad relativa entre fuente y observador. Como siempre, la frecuencia disminuye si se alejan, mientras que aumenta cuando se acercan.

14.7. Ondas de choque

Cuando la velocidad del emisor es mayor que la del sonido, lo que ocurre es que los frentes de onda interfieren constructivamente, formando una cresta en forma de cono, denominada onda de choque.

En la figura 14.4 podemos ver cómo se forma la onda de choque según va aumentando la velocidad del emisor.

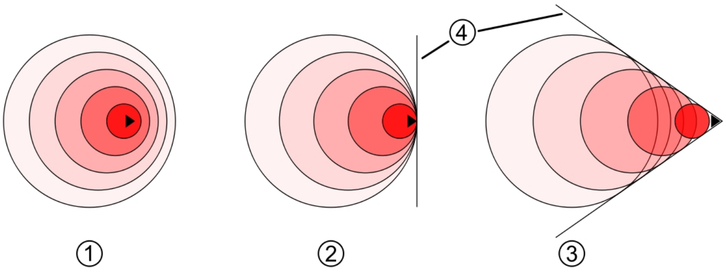

Figura 14.4: Ilustración de la onda de choque. Fuente: Wikimedia Commons, http://commons.wikimedia.org/wiki/

Un efecto muy espectacular, asociado a la onda de choque, es la condensación de agua alrededor de los aviones cuando pasan la barrera del sonido. Una imagen de esto la podemos ver en la figura 14.5

Figura 14.5: Condensación alrededor de un avión pasando la barrera del sonido, 1999, Foto de John Gay, US Navy (http://www.navy.mil/view_single.asp?id=1445)

14.8. Problemas resueltos

14.8.1. Si dos focos sonoros F_1 y F_2 emiten en el mismo medio, con frecuencias f y $4f$ respectivamente, ¿cuál de las dos perturbaciones se propaga con mayor velocidad?

Solución

La velocidad de las ondas no depende de la frecuencia de las mismas, sino tan sólo de la densidad y del módulo de compresibilidad. Lo que cambiará será la longitud de onda, de modo que $v = \lambda\, f$ sea constante.

14.8.2. Una onda acústica, que en el aire tiene una longitud de onda de 17 cm, penetra en un medio en el que la velocidad de propagación del sonido es de 400 m s^{-1}. Calcular la longitud de onda y la frecuencia correspondientes a la onda en dicho medio, suponiendo que la velocidad del sonido en el aire sea de 340 m s^{-1}.

Solución

Calcularemos primero la frecuencia de la onda, que no se modifica al cambiar de medio:

$$f = \frac{v}{\lambda} = 2 \times 10^3 \text{ Hz} \tag{14.22}$$

Por tanto, la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{v}{f} = 20 \text{ cm} \tag{14.23}$$

14.9. Problemas propuestos

14.9.1. Una sirena emite ondas sonoras esféricas con una potencia de $4\,\pi\,10^{-5}$ W. Calcula la intensidad que tendrán las ondas a 1 m de distancia. ¿Cuál será la sensación sonora? ¿Cuáles serán la intensidad y la sensación sonora a 3 m de distancia?

Solución:

a) $I_1 = 1 \times 10^{-5}$ W m^{-2}; $S_1 = 70$ dB

b) $I_3 = 1{,}11 \times 10^{-6}$ W m^{-2}; $S_3 = 60{,}45$ dB

14.9.2. Una ambulancia tiene una sirena que emite a una frecuencia de 2 kHz. Si se acerca a la entrada de un hospital a una velocidad de 72 km/h, calcula cuál será la frecuencia aparente que percibirá un receptor situado en la entrada del hospital?¿y si la ambulancia se aleja a la misma velocidad? Tomaremos 340 m s^{-1} comola velocidad del sonido en el aire.

Solución:

a) $f' = 2125$ Hz, si se acerca.

b) $f' = 1888{,}89$ Hz, si se aleja.

14.10. Apéndice: Ondas de presión en una columna de gas

Consideraremos las ondas elásticas que se producen en un gas debido a las variaciones de presión. El sonido es uno de los ejemplos de este tipo de ondas. Para simplificar, consideraremos que las ondas se propagan en un tubo de forma cilíndrica.

Puesto que se trata de un gas, las variaciones de presión se transmiten rápidamente a la densidad, de modo que cuando un gas se comprime, aumenta su densidad y viceversa.

Vamos a suponer que el gas se encuentra en condiciones de equilibrio y que tiene una densidad ρ_0 y una presión p_0 uniforme a todo lo largo del tubo. Sin embargo, si sometemos al gas a una presión, entonces habrá un movimiento de un volumen elemental $A\ dx$, ya que habrá una fuerza neta. Por lo tanto, la sección A se desplaza una distancia ψ y la sección A' se desplazará una distancia ψ', por lo que ahora el volumen elemental desplazado será ahora de $A\ (dx + (\psi - \psi')) = A\ (dx + d\psi)$.

Al haber cambiado el volumen, cambia también la densidad, por lo que ahora la masa del volumen elemental cambia desde $\rho_0 A dx$ a $\rho\ A\ (dx + d\psi)$, donde ρ es la densidad del gas tras verse sometido a la presión.

Ahora bien, por conservación de la masa, ambas tienen que ser iguales:

$$\rho_0 A dx = \rho\ A\ (dx + d\psi) \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{1 + \dfrac{\partial \psi}{\partial x}} \tag{14.24}$$

En general, tendremos pequeños desplazamientos, por lo que podemos tomar $\partial\psi/\partial x$ como muy pequeño y hacer el desarrollo del binomio:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) \Rightarrow \rho - \rho_0 = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{14.25}$$

La presión p es una función de la densidad, ρ mediante la ecuación de estado, que podemos desarrollar mediante Taylor, quedándonos en los dos primeros términos:

$$p = p_0 + (\rho - \rho_0) \left(\frac{dp}{d\rho}\right) \tag{14.26}$$

Podemos definir el módulo de elasticidad en volumen (también llamado módulo de compresibilidad de volumen), B, como:

$$B = \rho_0 \left(\frac{dp}{d\rho} \right) \tag{14.27}$$

Sustituyendo la definición de B en la ecuación 14.26, obtenemos:

$$p = p_0 + B \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \tag{14.28}$$

Utilizando el resultado de la ecuación 14.25, obtenemos:

$$p = p_0 - B \, \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{14.29}$$

Derivando con respecto a x,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -B \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tag{14.30}$$

Ahora plantearemos la ecuación del movimiento según la segunda ley de Newton:

$$F = m \, a \Rightarrow (p - p') \, A = \rho_0 A dx \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{14.31}$$

Tomando $(p - p') = -dp$ y sustituyendo en 14.31,

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{14.32}$$

Igualando las expresiones 14.30 y 14.32 , obtenemos:

$$\rho_0 \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = B \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tag{14.33}$$

Por lo tanto, tendremos la ecuación de ondas para ondas sonoras en un fluido:

$$\boxed{\frac{B}{\rho_0} \, \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}} \tag{14.34}$$

Utilizando las relaciones entre el desplazamiento ψ y la presión p, podemos escribir la ecuación de la presión del mismo modo que la ecuación del desplazamiento:

$$\boxed{\frac{B}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}} \tag{14.35}$$