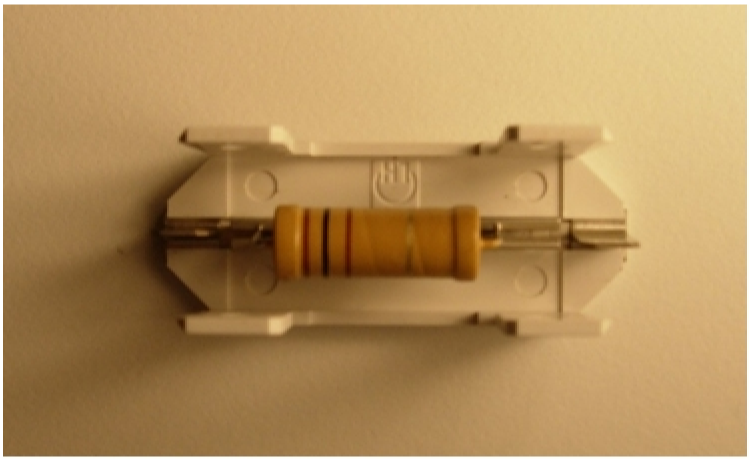
Apoyo para la preparación de los estudios de Ingeniería y Arquitectura

Física (Preparación a la Universidad)



Unidad 19: Corriente eléctrica

Universidad Politécnica de Madrid

14 de abril de 2010

Unidad 19: Corriente eléctrica

Curso de Física OCW-UPM *Prof. Dr. Álvaro G. Vitores González (2010)*

Motivación:

- El conocimiento de las leyes básicas que gobiernan los circuitos eléctricos permite su aprovechamiento para comprender cómo funcionan numerosos dispositivos y aparatos que usamos en la vida cotidiana.

Objetivos:

Esta unidad se dedica fundamentalmente al estudio de la corriente eléctrica y de los circuitos eléctricos de corriente continua.

Con este tema se pretender cubrir los siguientes objetivos:

- Conocer los conceptos de corriente eléctrica, densidad de corriente, resistencia, diferencia de potencial y fuerza electromotriz.
- Conocer el significado de la ley de Ohm, saber aplicarla y distinguir entre conductores óhmicos y no óhmicos.
- Saber calcular la potencia disipada en circuitos eléctricos.
- Entender la diferencia que existe entre la fuerza electromotriz y la tensión en bornes de un generador, así como el papel que éste desempeña en el aporte de energía a un circuito.
- Ser capaz de calcular la resistencia equivalente a combinaciones en serie y paralelo.

Desarrollo:

Habiendo tratado ya en una unidad anterior las situaciones de carga en reposo, corresponde ahora el estudio de las cargas en movimiento. Así, esta unidad corresponde a la Electrocinética, y comienza con la introducción del concepto de corriente eléctrica como flujo de carga en movimiento, para después definir la intensidad de corriente y su relación con la densidad de corriente. Se presenta luego la ley de Ohm en sus dos formas (ligando el campo con la densidad de corriente o la intensidad con la diferencia de potencial) y se introducen las magnitudes resistencia, conductividad y resistividad eléctricas, junto con sus unidades correspondientes.

A continuación se estudia la energía en los circuitos eléctricos y cómo ésta se convierte en calor, llegando a la ley de Joule. Explicada ya la disipación de energía en circuitos, se analiza cómo aportar la energía precisa para que se siga manteniendo una corriente eléctrica: se introduce para ello la idea de generador, distinguiendo entre fuerza electromotriz y tensión en bornes —mediante la resistencia interna—, procediéndose a la generalización de la ley de Ohm, incluyendo resistencias internas y externas.

Conocidos ya todos los elementos que aparecen en los circuitos de corriente continua, se procede a su estudio general, incluyendo las leyes de asociación de resistencias en serie y en paralelo que permitan reducir los sistemas generales a otros más sencillos.

1. El proceso histórico.

En el s. XVIII se habían producido las primeras obtenciones de carga eléctrica acumulada de forma estática en condensadores, que, a veces, se podía liberar en forma de descargas. Sin embargo, una vez producidas éstas, no se podía seguir aprovechado el potencial de dichas cargas.

Tras los experimentos del italiano ***Galvani*** en 1791 en que observó contracciones en los músculos de las ancas de ranas al tocarlas con metales, no es hasta 1800, cuando, con la invención de la pila eléctrica de ***Volta***, se logra tener diferencias que potencial que mantuvieran circulando, de modo continuo, corrientes eléctricas en cables.

Por otro lado, en 1820 el danés ***Oersted*** descubre que una corriente eléctrica es capaza de desviar un imán próximo, con lo que se inicia la posterior conexión entre los fenómenos eléctricos y los magnéticos, que derivaría después en la producción de generadores y motores, impulsando una gran revolución industrial y económica.

En 1827 el alemán ***Ohm*** establece su famosa ley que relaciona la corriente en un conductor con la diferencia de potencial en él. Y, en 1840, el británico ***Joule*** estudia el efecto calorífico de las corrientes eléctricas, lo cual permite su aprovechamiento para diseñar dispositivos de calentamiento. Y ya en 1847, el alemán ***Kirchhoff***, junto con las ideas de Ohm, establece las dos leyes básicas que rigen el comportamiento de cualquier circuito eléctrico en cuanto a la conservación en él tanto de la carga como de la energía.

Por otro lado, tras los primeros usos de la corriente eléctrica para descomponer sustancias mediante la llamada electrólisis, estudiada especialmente por el británico ***Faraday*** en 1834, es en 1840 cuando el británico ***Grove*** aprovecha el hecho de que una corriente mantenida que atraviesa un filamento de platino hace que éste se caliente y emita luz. Este dispositivo de una bombilla eléctrica sería luego mejorado por el norteamericano ***Edison*** para que el filamento, ahora de fibras de bambú carbonizadas, encerrado dentro de una ampolla de vidrio, tuviera una mayor duración.

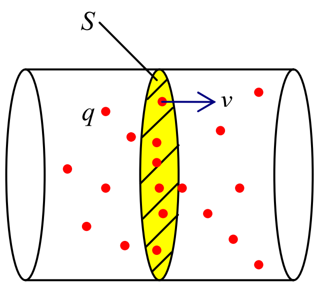
En 1882, el propio Edison abre en Nueva York la primera central eléctrica en la que la energía de una máquina de vapor es capaz de crear una corriente eléctrica que puede distribuirse a la iluminación de las ciudades y a los motores de las fábricas. A partir de entonces, la producción y uso de la electricidad de modo masivo es una realidad.

2. Corriente eléctrica.

La corriente eléctrica consiste en el movimiento de cargas para lo cual es necesaria una fuerza que las impulse, es decir, algo que permita que éstas se sigan moviendo para su posterior aprovechamiento en distintas formas (luz, calor, movimiento).

Normalmente, y así lo haremos aquí, se habla de corriente eléctrica en metales, debida al movimiento de los electrones libres de éstos materiales. Pero, de un modo más general, puede haber corriente por el desplazamiento de iones, tanto positivos como negativos, en el seno de un líquido, mediante la llamada conducción electrolítica; e incluso se puede tener una corriente eléctrica que viaje por el vacío, sin necesidad de un soporte material, tratándose en este caso de conducción eléctrica mediante haces de partículas cargadas.

Para definir el valor de una corriente eléctrica, consideremos un trozo de un conductor eléctrico, por ejemplo un cable de cobre, de sección *S*. Dentro de ese cable hay unos electrones libres de moverse, cada uno de carga q, siempre que alguna fuerza los impulse.



Pues bien se llama ***intensidad de una corriente eléctrica I*** a la carga total, Δq, que fluye a través de la sección S en la unidad de tiempo:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{1}$$

y, si se define, con mayor rigor de modo instantáneo, esto es estudiando ese paso de carga en un tiempo suficientemente pequeño, en modo diferencial queda

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}} \tag{2}$$

La unidad de intensidad de corriente en el Sistema Internacional de Unidades será por tanto 1 C/1 s, y esta unidad se le llama ***amperio***: 1 A = 1 C/1 s.

Nota importante. Nótese que, dado que 1 C es una cantidad de carga enorme, 1 A también será una intensidad de corriente elevada. Por ello, en circuitos típicos de microelectrónica se tienen corrientes del orden de mA y, de hecho, una corriente de sólo 70 mA ya resulta peligrosa para el ser humano, pudiendo causarle una fibrilación cardiaca (contracciones irregulares del músculo del corazón).

Curiosidad. La naturaleza es capaz de generar corrientes de hasta 10^4 A en la descarga de un rayo de tormenta. Y, en el extremo inferior de órdenes de magnitud, se han podido medir corrientes tan bajas como de 1 pA = 10^{-12} A dejando pasar electrones uno a uno mediante el efecto túnel (efecto cuántico que expresa el hecho de que, en un conjunto de muchas partículas, hay una probabilidad pequeña, pero no nula, de que algunas de ellas puedan atravesar una región energéticamente prohibida).

Actividad nº 1:

Calcula el número de electrones que atraviesan cada segundo el filamento de una bombilla por la que circula una corriente de 0,48 A.

Nota. Recuerda que 1 e^- = 1,6 x 10^{-19} C

Soluc.: 3 x 10^{18} e^-/s, o sea, nada menos que tres trillones de electrones en cada segundo.

Dada la definición anterior de intensidad de la corriente eléctrica mediante la figura anterior, es fácil comprender que cuanto más grueso sea el cable, o sea, con mayor sección *S* (o calibre), mayor carga podrá atravesarla, esto es, llevará mayor intensidad de corriente. Por ello, para caracterizar lo buen conductor que es un material determinado en comparación con otro, se define una magnitud por unidad de sección. Se llama entonces densidad de corriente *J* a la corriente que lleva un conductor por unidad de sección:

$$J = \frac{I}{S} \tag{3}$$

o, en forma diferencial, haciendo la sección casi puntual:

$$\boxed{J = \frac{dI}{dS}} \tag{4}$$

La unidad de densidad de corriente en el Sistema Internacional de Unidades será por tanto A/m^2.

Curiosidad. Un cable típico de cobre de Φ = 1,29 mm de diámetro de sección circular puede soportar hasta 6 A, lo que da una densidad de corriente de 4,59 x 10^6 A/m^2, o sea 459 A atravesarían cada cm^2 de la sección de ese cable.

3. Ley de Ohm.

Cuando un conductor transporta una corriente, las cargas libres del mismo están siendo impulsadas por un campo eléctrico E (no electrostático, pues las cargas no están en equilibrio). Ese campo ejerce una fuerza que mueve las cargas en el sentido de la corriente. De aclararse que, por razones históricas, se dibuja el sentido de la corriente en el sentido de movimiento de las cargas positivas, aun cuando hoy sabemos que la corriente en un conductor se debe, en realidad, al movimiento en sentido contrario de los electrones libres; es decir, que cuando en un conductor se dibuja su corriente hacia la derecha, en realidad lo que se está moviendo son los electrones hacia la izquierda, pero ello no afecta para nada al desarrollo de los conceptos.

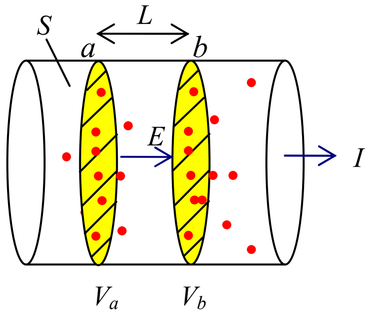
La ley de Ohm refleja el hecho observado experimentalmente de que la densidad de corriente J es proporcional al campo eléctrico E que la crea, es decir:

$$J = \sigma E \tag{5}$$

donde σ es una constante, que no depende de E, llamada ***conductividad eléctrica*** de un conductor.

Este campo eléctrico que mueve las cargas del cable está ligado a una diferencia de potencial entre dos puntos a y b cualesquiera de dicho conductor. Lo que sucede es que, como el potencial V es la energía potencial por unidad de carga, cuando la carga avanza desde a hasta b pierde energía por los choques con los otras partículas del cable, de modo que $V_b < V_a$, y llamamos ***diferencia de potencial (ddp)*** a V = V_a - V_b. Si consideramos entonces un tramo de longitud L de dicho conductor, la diferencia de potencial entre los dos extremos de este segmento será:

$$V = V_a - V_b = E\,L \tag{6}$$



donde se ha considerado que E es constante en ese segmento L. Entonces, de la ecuación (3) y usando (5) y (6), se tiene que:

$$\mathrm{I} = J\,S = \sigma E\,S = \sigma\,(V/L)\,S \tag{7}$$

de donde queda que

$$V = \left(\frac{L}{\sigma S} \right) I \qquad (8)$$

Si llamamos entonces ***resistencia eléctrica R*** a la expresión que figura entre paréntesis, queda la forma más habitual de expresar la ***ley de Ohm***:

$$\boxed{V = R\,I} \qquad (9)$$

donde R es la constante dada por

$$R = \frac{L}{\sigma S} \qquad (10)$$

y, si se define la ***resistividad del conductor*** ρ como = $1/\sigma$, queda

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}} \qquad (11)$$

y que es una propiedad característica de cada conductor, y cuya unidad en el Sistema Internacional de unidades es, según (9), V/A, denominándose ***ohmio*** Ω a esta unidad, es decir 1 Ω = 1 V/A. Por tanto, según (11), las unidades de la resistividad ρ son Ω.m.

De acuerdo con la última ecuación, la resistencia de un conductor es tanto mayor cuanto más largo sea éste y cuanto menor sea su grosor. Y ello es lógico puesto que la resistencia eléctrica, de ahí su nombre, refleja la oposición que un material ofrece al paso de la corriente a su través y ello como consecuencia de que, a mayor longitud del cable, mayor número de choques experimentarán los electrones libres con la red atómica fija del conductor, dificultando el avance de la corriente; y lo mismo sucederá cuanto más estrecho sea el conductor, pues los electrones tendrán menos sección de paso para avanzar.

Ejemplo nº 1:

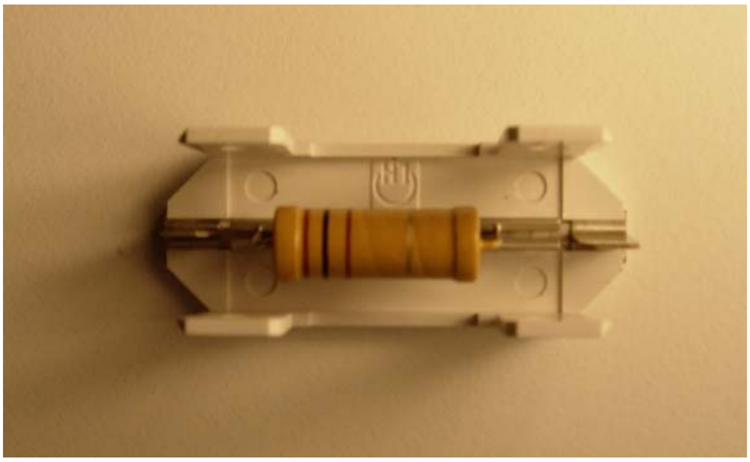
Calcular la longitud necesaria de un cable para que éste tenga una resistencia de 0,1 Ω si el metal del que disponemos tiene un radio de 0,65 mm y una resistividad de 1,7 x 10^{-8} Ω.m.

De la ecuación (11), se tiene que, expresando todo en el SI de unidades:

$$L = \frac{R\,S}{\rho} = \frac{R(\pi r^2)}{\rho} \Rightarrow L = \frac{0{,}1\,\pi\,(0{,}65 \times 10^{-3})^2}{1{,}7 \times 10^{-8}} \Rightarrow L = 7{,}81\ m$$

Nota. Un cable de esa resistividad, típica del cobre, presenta pues muy poca resistencia en longitudes incluso muy largas, lo que hace que este metal, además muy abundante, sea muy usado en los cables de las instalaciones eléctricas convencionales.

Curiosidad. Las resistencias llevan grabadas en su superficie unas bandas paralelas de colores que indican el valor de las mismas en Ω. Para ello, existe un código de colores acordado de modo que, viendo los colores dibujados en las bandas de una resistencia se puede conocer el valor de la misma; además, presentan otra banda, separada de las anteriores, que indica la tolerancia de dicho valor, es decir el margen de error o impreción en ohmios que tiene ese valor descrito por el código de bandas de colores.



Resistencia de 100 Ω. La primera banda de la izquierda, en color marrón, indica un 1; la segunda, en negro, un 0; la tercera, en marrón, indica un factor multiplicativo de x 10. Por tanto el valor de esta resistencia es 10x10 = 100 Ω. La banda dorada de la derecha indica que esta resistencia tiene una tolerancia o impreción del ±5%. El valor real medido con un polímetro es de 99,6 Ω, de acuerdo con lo especificado (fotografía del autor de esta unidad).

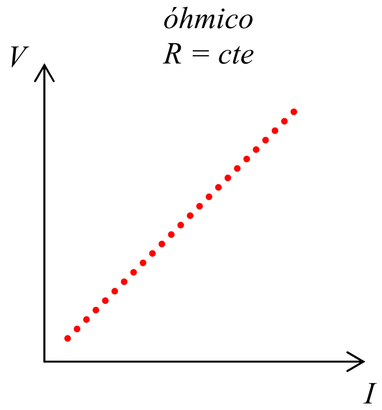
Actividad nº 2:

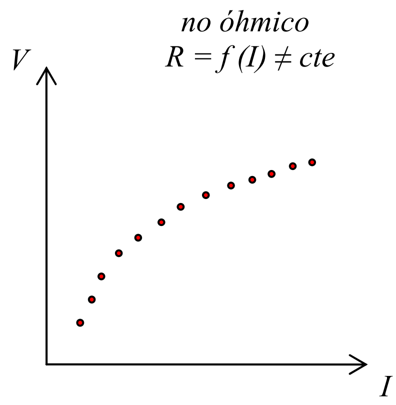
Si por una resistencia circulan 20 mA y entre sus extremos se mide una diferencia de potencial de 2 V, entonces ¿cuanto vale dicha resistencia?

Soluc.: 100 Ω

Debe aclararse que, a diferencia de la ley de gravitación universal que cumplen todos los objetos, la ley de Ohm no es una ley fundamental de la naturaleza pues hay muchos materiales que no la verifican como consecuencia de que su conductividad σ no es una constante, sino que varía en función del campo E aplicado o, de otra manera, su resistencia R depende de la propia corriente I que circule por ella en cada situación.

Por ello, a veces se habla de ***materiales óhmicos***, que son los que verifican la ley de Ohm con R independiente de la diferencia de potencial V y de la intensidad I, como le sucede a muchos metales. Sin embargo, aquellos materiales en los cuales su R depende de I, con lo que V ya no es proporcional a I, se llaman ***no óhmicos***, como por ejemplo le sucede a los materiales semiconductores de los diodos (dispositivos electrónicos que permiten convertir una corriente alterna en otra continua). Por eso, si se estudia un material midiendo la V existente entre dos puntos de ese conductor por el que circulan diferentes I, se tiene que, para los materiales óhmicos la gráfica es una recta, pues su pendiente R es una constante, mientras que, para los no óhmicos, dicha pendiente R va variando obteniéndose una gráfica de forma curva:





Actividad nº 3:

Al someter una resistencia a diferentes intensidades y medir en cada caso la diferencia de potencial que aparece entre los extremos de la misma, se obtiene la siguiente tabla de valores:

Medidas	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
I (A)	0,50	0,61	0,74	0,86	1,00
V (V)	50	62	73	87	100
R (Ω)					

Mediante la ley de Ohm, calcule la resistencia R para cada par de valores de I, V de cada columna, completando la fila inferior de la tabla. ¿Se trata de una resistencia de tipo óhmico?

Soluc.: $R = V/I$ sale aproximadamente 100 Ω en todos los casos, luego sí es óhmica.

Por otro lado, debe precisarse que la resistividad ρ (y por tanto la resistencia R) de un conductor depende con la temperatura en la forma

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha \, \Delta T\right) \tag{12}$$

donde ρ y ρ_0 son las resistividades a las temperaturas T y T_0, respectivamente y α es el coeficiente de temperatura, de modo que, a mayor temperatura, más resistencia ofrece un conductor, dado que habrá mayor número de choques entre los electrones que dificulten su avance a lo largo del mismo.

Curiosidad. A diferencia de los metales habituales (cobre, aluminio, plata, etc.), no todos los materiales aumentan su resistividad y su resistencia al aumentar su temperatura. Así, los materiales llamados ***semiconductores*** (germanio, silicio, etc.) que se usan en la Electrónica tienen un comportamiento opuesto ya que, en ellos, al aumentar la temperatura, aumenta el número de electrones que pasan a la banda de conducción, con lo que disminuye la resistencia de este elemento al paso de la corriente. Pero aún más novedoso, útil y curioso es que hay otros materiales, llamados ***superconductores***, que, a temperaturas bajas, por debajo de una temperatura llamada crítica, reducen su resistencia eléctrica prácticamente a cero, lo que lo hace excelentes conductores. Estos superconductores se usan ya, por ejemplo, para generar los enormes campos magnéticos que permiten obtener imágenes de nuestro cuerpo en los aparatos de resonancia magnética de los hospitales. En principio, estos materiales superconductores exigen ser mantenidos a temperaturas muy bajas, próximas al cero absoluto, 0 K (-273,15 ºC); así, el mercurio sólo es superconductor si se mantiene por debajo de 4,2 K (-269 ºC). Pero, recientemente, se están consiguiendo nuevos materiales compuestos, por ejemplo formados por complejas combinaciones de mercurio, cobre, calcio y bario, que son superconductores a 134 K (-139 ºC), o incluso a 160 K (-113 ºC) si se someten a elevadísimas presiones, de unas 150000 atm. Aunque, por el momento, estos materiales tienen el inconveniente de que son muy caros de obtener y de mantener en esas condiciones de presión y temperatura, los avances en este terreno están siendo espectaculares.

4. Ley de Joule.

Puesto que, como hemos visto, las cargas que avanzan por un conductor van perdiendo energía por los choques con las partículas vecinas, procedamos ahora a evaluar dicha pérdida energética.

Cuando una carga dq pasa de un potencial V_a a otro menor V_b, pierde una energía potencial dada por

$$dE_p = dq\,(V_a - V_b) \tag{13}$$

luego la potencia perdida o disipada, o sea, la energía perdida en cada unidad de tiempo, será

$$P = \frac{dE_p}{dt} = \frac{dq}{dt}\,(V_a - V_b) = I\,(V_a - V_b) \tag{14}$$

de modo que, llamando V a la diferencia de potencial V_a - V_b, queda

$$\boxed{P_{disipada} = I\,V} \tag{15}$$

y, como según la ley de Ohm, se tiene que $V = IR$, queda también la forma

$$\boxed{P_{disipada} = I^2 R} \tag{16}$$

que es la conocida como ***ley de Joule***, donde, en el SI de unidades, dicha potencia se expresa en vatios (W).

Por último, si en (16) se vuelve a utilizar la ley de Ohm en la forma $I = V/R$, queda una tercera forma para la ecuación de la potencia eléctrica disipada en una resistencia,

$$\boxed{P_{disipada} = \frac{V^2}{R}} \tag{17}$$

Nota. De la ecuación (16) parece desprenderse que a mayor R más potencia P se disipa, mientras que de (17) se desprendería todo lo contrario. La aparente contradicción se resuelve si se tiene en cuenta que para razonar sobre dependencias entre dos variables, la tercera que las relaciona debe ser constante. Por tanto, de (16) se deduce que a mayor R mayor potencia P disipada siempre que la I se mantenga constante. Mientras que de la (17) se deduce que a mayor resistencia menos potencia se disipa, pero en el caso de que V se mantenga constante.

Esta pérdida energética aparecerá como calor (***efecto Joule***) o como luz (***efecto de incandescencia***) irradiados hacia el exterior y, por tanto, podrá aprovecharse bien para calentar, como sucede en una estufa, en un termo o en una tostadora, o para iluminar, caso de una bombilla de filamento incandescente. A este respecto debe decirse que las bombillas tradicionales de incandescencia son muy poco eficientes, ya que el 95% de la energía que consumen se disipa en calor y sólo el 5% restante sirve para iluminarnos. Es por ello por lo que este tipo de bombillas se están sustituyendo por otras (fluorescentes compactas, electrónicas, etc.) que consumen hasta cinco veces menos y duran 6 veces más tiempo, con el consiguiente ahorro para el usuario.

Ejemplo nº 2:

Calcular la potencia disipada en una resistencia de 50 Ω cuando por ella circula una corriente de 500 mA. ¿Cuánto calor disipará en un minuto?

De la ley de Joule (16) se tiene que $P = I^2R = 0{,}5^2 \times 50 = 12{,}5$ W

Y la energía disipada será $W = P.t = 12{,}5 \times 60 = 750$ J

Nota. A veces, este calor disipado se expresa en calorías, pero esta unidad no es del SI. Si recordamos que 1 cal = 4, 18 J, o sea 1 J = 0,24 cal, el resultado anterior se expresaría también como $W = 180$ cal

Nota. La unidad de energía en el SI es el julio (J). Por razones prácticas, suele utilizarse a veces el kWh, por ejemplo, en las facturas que las compañías eléctricas nos envían por nuestro consumo de energía eléctrica en casa. Debe recordarse que la equivalencia es:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3{,}6 \times 10^6 \text{ J}$$

Actividad nº 4:

Un termo eléctrico tiene una resistencia en su interior para calentar el agua que luego usamos para ducharnos. Si dicho termo está conectado a una diferencia de potencial de 230 V, y sabemos que gasta 1500 W, calcular el valor de dicha resistencia. Si 1 kWh de energía nos cuesta 0,18 €, ¿cuánto dinero habríamos gastado en una ducha de 10 minutos?

Sugerencia. Para la segunda pregunta, expresa el tiempo en horas y la energía en kWh

Soluc.: 35,3 Ω ; 0,045 €

5. Suministro de energía a un circuito eléctrico: fuerza electromotriz.

Dado que las resistencias van disipando energía conforme son atravesadas por la corriente, queda claro que si queremos seguir manteniendo la corriente en ellas debemos reponer la energía perdida mediante algún suministro exterior. Veremos entonces que en un circuito eléctrico (sistema cerrado que recibe energía y luego la disipa de modo continuo) es necesario incluir una fuente que aporte tal energía que siga impulsando los electrones libres que tiene el cable. Dicha fuente podrá ser una pila o batería (que transforma su energía química en eléctrica) o un generador (que transforma su energía mecánica en eléctrica).

Nota. La fuente de energía (pila o generador) no crea electrones, sino que tan sólo mueve los que ya existen libres en el cable o conductor.

Se llama ***fuerza electromotriz (fem)*** ε de una fuente eléctrica a la energía que ésta suministra por unidad de carga, es decir:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{dW}{dq}} \tag{18}$$

expresándose, en el SI de unidades, en J/C, o sea en voltios (V).

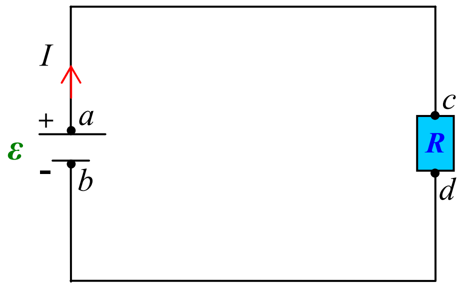
Entonces, la potencia o energía por unidad de tiempo suministrada por dicha fuente de fem es:

$$P_{su\min} = \frac{dW}{dt} = \frac{\varepsilon\, dq}{dt} \tag{19}$$

y, usando la definición de $I = dq/dt$, queda

$$\boxed{P_{su\min} = \varepsilon\, I} \tag{20}$$

Esta fuente de fem se suele dibujar en los esquemas eléctricos mediante dos trazos pequeños como si representaran los polos de una pila, con el trazo más largo indicando el polo + o de mayor potencial y el más corto el polo – o de menor potencial (aunque, en realidad, lo que indica es la diferencia de potencial neta entre ambos polos). Así, un circuito eléctrico básico, con una resistencia R que gasta energía y una fuente ε que la aporta, tendría esta representación:



En un circuito se tiene que toda la potencia suministrada por la fuente de fem se disipa en las resistencias (u otros elementos —a veces llamados fuerzas contraelectromotrices— que consuman energía, como los motores, de una lavadora o de un molinillo de café, por ejemplo), de acuerdo con la conservación de la energía total de un sistema cerrado. Así, en la figura anterior, la potencia suministrada es

$$P_{su\min} = I\,\varepsilon = I\,(V_a - V_b) \tag{21}$$

y como $V_a = V_c$ (puesto que de a hasta c no hay resistencia, no se pierde energía en ese tramo, luego el potencial es el mismo en ambos puntos, o de otra manera $V_a - V_c = 0$) y $V_b = V_d$ (por la misma razón), entonces queda que

$$P_{su\,\min} = I\,\varepsilon = I\,(V_a - V_b) = I\,(V_c - V_d) \tag{22}$$

y como $I\,(V_c - V_d)$ es, según (15) la potencia disipada, P_{disip}, en la R, queda que

$$P_{su\,\min} = P_{disip} \tag{23}$$

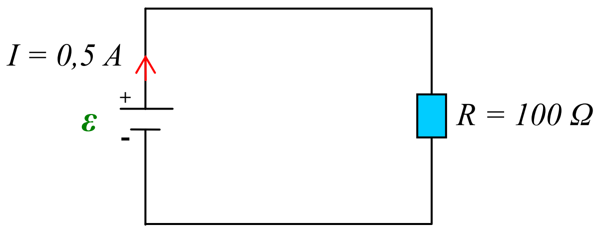
de acuerdo con el principio de conservación de la energía total (hecho que, a veces, se denomina ***segundo lema de Kirchhoff***). Es decir, los vatios que disipa la resistencia son los mismos que antes le ha suministrado la fuente de fem. Lo que sucede, pues, es que cada vez que una carga libre del cable pasa por la fuente, de b hacia a, recibe un impulso energético que le permite circular por el circuito y atravesar la resistencia, de c hacia d, para luego cerrar el circuito entero hasta b, donde, de nuevo, recibirá otro impulso de energía y repetirá así el ciclo completo.

De la misma manera, usando la ley de Ohm para la resistencia, se tiene que $I = (V_c - V_d)/R = (V_a - V_b)/R = \varepsilon/R$, luego se puede escribir una ley de Ohm para el circuito cerrado de la forma

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R}} \tag{24}$$

Actividad nº 5:

En el circuito de la figura, calcular la fuerza electromotriz de la fuente y la potencia que ésta suministra.



Soluc.: 50 V; 25 W

En realidad, una fuente de fem no es ideal, sino que también tiene su propia ***resistencia interna*** r. Ésta suele ser tan pequeña que, a veces, se desprecia; pero, en general, tiene un valor que debe considerarse en los cálculos precisos, apareciendo su valor expresado en ohmios en el esquema del circuito junto a la fem ε de la fuente en voltios. Así, mientras la fem ε de una fuente es el valor ideal de la tensión o ddp por ella suministrada al circuito, se llama ***tensión en bornes*** de una fuente a la ddp efectiva que está suministrando realmente cuando se descuenta su pérdida de energía en la resistencia interna que tiene. Así, en la figura utilizada en el desarrollo teórico anterior, la tensión en bornes de la fuente $V_a - V_b$ es la fem ideal ε menos la caída de tensión Ir que sufre la carga en la r interna de dicha fuente, es decir:

$$V_a - V_b = \varepsilon - I\,r \tag{25}$$

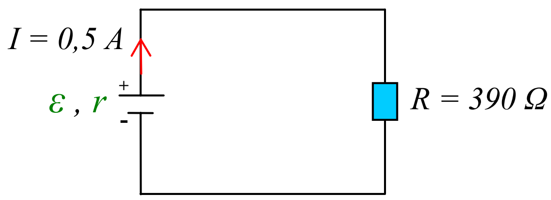
De esta expresión se desprende que los valores de la tensión real en bornes y la fem ideal sólo coinciden si $r = 0$ (fuente ideal) o si $I = 0$ (caso trivial de circuito abierto, sin corriente) y que la diferencia entre ambos valores depende de la intensidad I que circule en cada caso por el circuito.

Entonces, de modo general, si se considera que la fuente ε tiene una r interna, habrá que añadirla a la resistencia R del resto del circuito, con lo que la expresión (24) de la ley de Ohm para un circuito cerrado quedará en la forma más general

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}} \tag{26}$$

Ejemplo nº 3:

En el circuito de la figura, calcular el valor de la fem ε de la fuente así como su la resistencia interna r, si se sabe que dicha fuente suministra 100 W de potencia.



Como conocemos la potencia suministrada y la corriente, utilizando $P = \varepsilon I$ queda $\varepsilon = P/I = 100/0{,}5 = 200$ V.

Y para calcular r podemos utilizar la ley de Ohm para el circuito $I = \varepsilon / (R + r)$, de donde $r = (\varepsilon - IR) / I = (200 - 0{,}5 \times 390) / 0{,}5 = 10\ \Omega$. O también podríamos utilizar la ecuación de potencia:

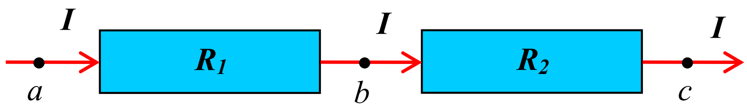
$P_{sum} = P_{disip} \Rightarrow P_{sum} = I^2(R + r)$, luego $100 = 0{,}5^2\,(390 + r)$, de donde queda $r = 10\ \Omega$

6. Asociación de resistencias.

En un circuito general puede haber varias resistencias, estando éstas colocadas una tras otra en el mismo cable o en distintos cables que derivan del principal. Veamos ahora este tipo de situaciones y cómo se pueden reducir para tratarlos como un simple circuito con una única resistencia reducida equivalente.

a) Asociación en serie.

Se dice que varias resistencias están agrupadas ***en serie*** cuando están colocadas una tras otra de modo que por todas ellas pasa la misma corriente, es decir:

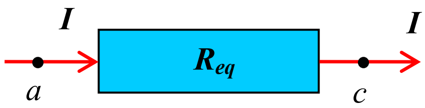


Entonces, la diferencia de potencial (ddp) total V_{ac} puede ponerse como la suma de las ddp parciales en cada tramo y, aplicando la ley de Ohm a cada resistencia, queda

$$V \equiv V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = I\,R_1 + I\,R_2 = I\,(R_1 + R_2) \qquad (27)$$

expresión que puede ponerse en una forma reducida equivalente de ley de Ohm

$$V \equiv V_{ac} = I\,R_{eq} \qquad (28)$$



siempre que, comparando las dos últimas ecuaciones, se haga que esa resistencia equivalente R_{eq} sea

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \qquad (29)$$

o, en general, para n resistencias en serie

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \ldots + R_n} \qquad (30)$$

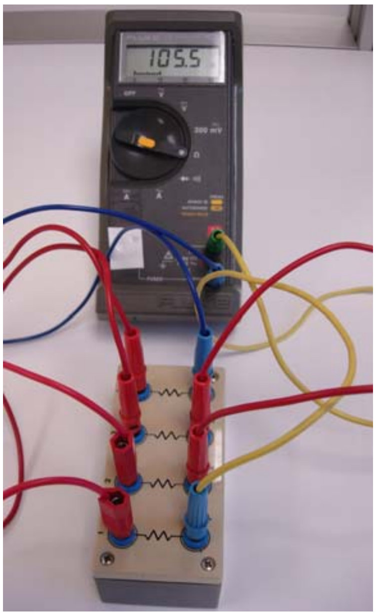
Por tanto, la asociación de varias resistencias en serie se puede sustituir por una única resistencia equivalente de valor igual a la suma de todas aquéllas. Así, puesto que la resistencia equivalente en serie va sumando directamente la de cada uno de los elementos individuales, esta resistencia equivalente es mayor que cualquiera de ellas por separado. Por ello, un montaje de asociaciones en serie se hace cuando se desea tener una gran resistencia total en el circuito, por ejemplo para conseguir que, en un circuito a una tensión fija, circule una corriente no muy alta.

Este montaje en serie tiene el inconveniente de que si se estropea una de las resistencias ya no podrá pasar corriente por ninguna de las otras, problema que sucede, por ejemplo, cuando se montan en serie todas las bombillas de los árboles navideños, ya que, en cuanto se funda una única bombilla, no podrá iluminarse ninguna de las restantes.

Actividad nº 6:

Si se asocian en serie cuatro resistencias de valores 10,2 Ω, 47,0 Ω, 18,4 Ω y 29,7 Ω, ¿cuánto vale el valor teórico de la resistencia total equivalente?

Soluc.: 105,3 Ω



Montaje en serie de las cuatro resistencias de la actividad anterior y su medida mediante un polímetro digital (fotografía del autor de esta unidad)

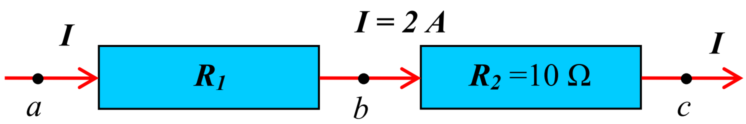
Actividad nº 7:

Si en una asociación de dos resistencias en serie se tiene una resistencia total equivalente de 15 Ω y se sabe que una de ellas tiene el valor doble de la otra, ¿cuánto vale cada resistencia?

Soluc.: 5 Ω y 10 Ω

Ejemplo nº 4:

Si en la figura se tiene que la ddp total del conjunto es V_{ac} = 30 V, calcular el valor de la resistencia R_1.

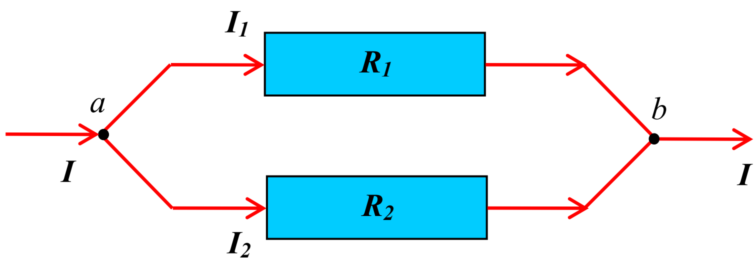


Usando la asociación equivalente en serie tenemos que $V_{ac} = IR_{eq} \Rightarrow 30 = 2\ R_{eq}$ luego R_{eq} = 15 Ω y, como $R_{eq} = R_1 + R_2$, queda $15 = R_1 + 10$, luego $R_1 = 5\ \Omega$

Otra forma equivalente de resolverlo es mediante ddp: $V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} \Rightarrow$
$\Rightarrow 30 = I\,R_1 + I\,R_2 = 2\,R_1 + 2\text{x}10 \Rightarrow 30 = 2\,R_1 + 20 \Rightarrow R_1 = 5\ \Omega$

b) Asociación en paralelo.

Se dice que varias resistencias están agrupadas ***en paralelo*** cuando están colocadas entre sí de modo que todas ellas estén a la misma diferencia de potencial (V_{ab} en la figura siguiente), es decir:



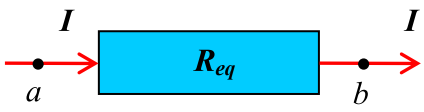
Entonces, cuando la corriente principal I llega a la bifurcación o nudo a se divide en dos, I_1 e I_2, de modo que, como la carga y la corriente totales deben conservarse (hecho que, a veces, se denomina ***primer lema de Kirchhoff***), se tendrá que

$$I = I_1 + I_2 \tag{31}$$

y, usando la ley de Ohm, la ecuación anterior puede ponerse como

$$\frac{V_{ab}}{R_{eq}} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} \tag{32}$$

donde R_{eq} es la resistencia equivalente del conjunto entre *a* y *b*, es decir:



de modo que (32) se verifica siempre que se defina la resistencia equivalente en paralelo como

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{33}$$

o, en general, para n resistencias en paralelo

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \tag{34}$$

Por tanto, la asociación de varias resistencias en paralelo se puede sustituir por una única resistencia equivalente cuyo valor inverso es igual a la suma de todos los inversos de aquéllas. Así, esta resistencia equivalente es menor que cualquiera de ellas por separado, con lo que un montaje de asociaciones en paralelo se hace cuando se desea tener una resistencia total baja en el circuito; por ejemplo, para conseguir que, en circuito a una tensión fija, la corriente total circule dividida en corrientes menores por las diferentes ramas de derivación.

En efecto, si se tienen, por ejemplo, dos resistencias en paralelo, despejando de la ecuación (33) queda

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{35}$$

que, al reescribirla como

$$R_{eq} = R_1 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \tag{36}$$

permite ver que, como el término encerrado dentro del paréntesis es menor que uno, entonces se tiene que $R_{eq} < R_1$. Y de la misma manera, si (35) se reescribe como

$$R_{eq} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) R_2 \qquad (37)$$

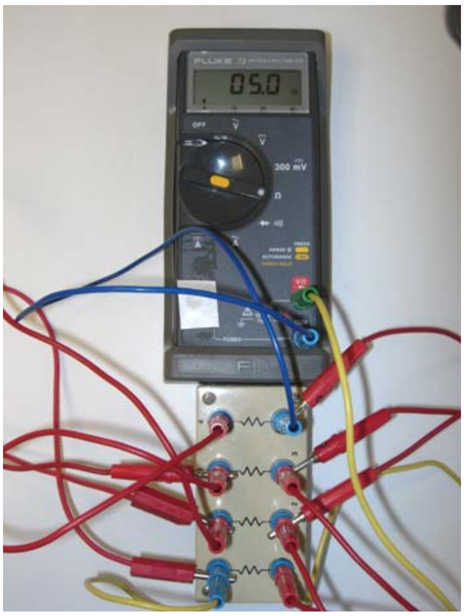
permite ver que, como el término encerrado dentro del paréntesis es menor que uno, entonces se tiene que $R_{eq} < R_2$. De modo que, en efecto, la resistencia equivalente de varios elementos en paralelo es menos que la de cualquiera de ellos por separado.

Este montaje en paralelo tiene la ventaja, a diferencia del montaje en serie, de que si se estropea una de las resistencias sigue pasando corriente por el resto de las otras. Así, en nuestras casas, tenemos todos los aparatos eléctricos conectados en paralelo, puesto que todos ellos están enchufados a la tensión común de la red doméstica (230 V de tensión alterna), de modo que si se estropea, por ejemplo, la lavadora, ello no afecta a que podamos seguir viendo la televisión.

Actividad nº 8:

Si se asocian en paralelo cuatro resistencias de valores 10,2 Ω, 47,0 Ω, 18,4 Ω y 29,7 Ω, ¿cuánto vale el valor teórico de la resistencia total equivalente?

Soluc.: 4,8 Ω



Montaje en paralelo de las cuatro resistencias de la actividad anterior y su medida mediante un polímetro digital (fotografía del autor de esta unidad)

Actividad nº 9:

Si en una asociación de dos resistencias en paralelo se tiene una resistencia total equivalente de 15 Ω y se sabe que una de ellas tiene el valor doble de la otra, ¿cuánto vale cada resistencia?

Soluc.: 22,5 Ω y 45 Ω

Una vez comprendido el montaje de resistencias en paralelo, podemos incluso calcular las corrientes derivadas de la corriente principal que pasan por cada una de las ramas en que se divide el circuito.

Así, de las dos figuras anteriores, podemos escribir que la diferencia de potencial del conjunto y la de cada una de las dos ramas en paralelo es la misma, es decir:

$$V \equiv V_{ab} = I\, R_{eq} = I_1\, R_1 = I_2\, R_2 \tag{38}$$

y, usando (35) para sustituir la R_{eq}, de la ecuación anterior se obtiene que

$$I\left(\frac{R_1\, R_2}{R_1 + R_2}\right) = I_1\, R_1 = I_2\, R_2 \tag{39}$$

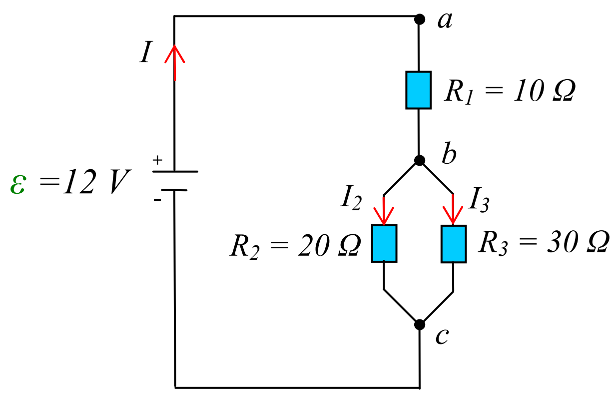
de donde podemos despejar cada una de las corrientes derivadas en función de la principal

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) I \quad ; \quad I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I \tag{40}$$

de las cuales se deduce que *por la resistencia menor pasará mayor corriente*, lo cual es lógico pues, bajo la misma ddp, la resistencia menor permitirá pasar mayor corriente a su través (de acuerdo con la ley de Ohm $V = IR$), y viceversa. En efecto, si por ejemplo se tiene que $R_1 > R_2$, comparando las dos ecuaciones de (40) se ve que $I_2 > I_1$.

Ejemplo nº 5:

En el circuito de la figura, calcular la corriente total que suministra la batería, así como las diferencias de potencial y las corrientes en cada una de las resistencias.



Primero se procede a reducir las resistencias a una equivalente total: así, el paralelo de R_2 y R_3 valdrá $1/R_{23} = (1/R_2) + (1/R_3) \Rightarrow R_{23} = (R_2\, R_3)/(R_2 + R_3) = 600/50 = 12\ \Omega$. Y esta R_{23} queda alineada en serie con la R_1, luego la resistencia equivalente de todo el circuito es $R_{eq} = R_{23} + R_1 = 12 + 10 = 22\ \Omega$.

Entonces, la ley de Ohm aplicada al circuito reducido completo se escribirá como $\varepsilon = I\, R_{eq}$, de donde la corriente total que suministra la batería será $I = \varepsilon\ /\ R_{eq} = 12/22 = 0{,}55$ A.

Para calcular las diferencias de potencial en cada resistencia tenemos que para R_1 su ddp será $V_{ab} = IR_1 = 0{,}55 \times 10 = 5{,}5$ V. Y para la ddp común en R_2 y en R_3 podemos usar que la ddp global es la suma de las ddp parciales, luego $\varepsilon = V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} \Rightarrow 12 = 5{,}5 + V_{bc} \Rightarrow V_{bc} = 6{,}5$ V.

Y entonces las corrientes en cada resistencia serán: para R_1, $I = 0{,}55$ A; para R_2, $I_2 = V_{bc} / R_2 = 6{,}5/20 = 0{,}33$ A; y para R_3, $I_3 = V_{bc} / R_3 = 6{,}5/30 = 0{,}22$ A.

Nota. Se puede comprobar que el ejercicio está bien resuelto porque se verifica la ley de la conservación de la corriente: $I = I_2 + I_3$, pues $0{,}55 = 0{,}33 + 0{,}22$.

Resumen.

- El conocimiento y la comprensión de los elementos que forman un circuito eléctrico nos permiten entender cómo se suministra y se disipa la energía en ellos.

- Una vez entendidos los conceptos básicos que intervienen en los circuitos eléctricos, éstos se pueden aprovechar con diferentes fines prácticos, tales como sistemas de calefacción, instalaciones de iluminación, accionamiento de máquinas, motores, etc.

Reflexión final. Nuestra moderna sociedad ha logrado aprovechar con éxito el hecho de que muchos materiales presenten cargas libres de moverse si se les somete a una diferencia de potencial, lo que representa un claro dominio tanto de la Física como de la Química de los átomos.

El autor: Prof. Dr. Álvaro G. Vitores González (Madrid, 2010)

Bibliografía.

Básica preuniversitaria.

- Enciso, J. ***Física. Serie Bachillerato Schaum***. McGraw-Hill/Interamericana de España, Madrid (2003), unidad 5.

- Navarro, F. ***Física fácil para Bachillerato y acceso a la Universidad***. Editorial Espasa Calpe, S.A., Madrid (2009), parte VI, capítulo 4.

- Pople, S., Píñar, I. y Méndez, J. ***Física. Bachillerato. Repasa con esquemas***. Oxford University Press España, Madrid (1998), unidades F4, F5 y F6.

Básica universitaria.

- Alonso, M. y Finn, E. J. ***Física***. Addison-Wesley Iberoamericana, Madrid (1995), capítulo 24 parte A.

- Arenas, A. ***Física. Problemas de examen***. Selecciones Científicas, Madrid (1987), capítulo 14.

- Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D. y Freedman, R. A. ***Física Universitaria***. Ed. Pearson Addison-Wesley (2004), volumen 2, capítulos 25 y 26.

- Tipler, P. A. y Mosca, G. ***Física para la Ciencia y la Tecnología***. Editorial Reverté, Barcelona (2005), capítulo 25.

- Vitores, A. G. ***Conceptos básicos de Física mediante test***s. Servicio de Publicaciones de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (2006), capítulo 8.

- Wilson, J. D. y Buffa, A. J. ***Física***. Pearson Educación Prentice-Hall, México (2003), capítulos 17 y 18.

Lecturas complementarias.

- Aguilar, J. ***Alejandro Volta***. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1988).

- Barra, A. N. ***Georg Simon Ohm***. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1987).

- Cheney, M. ***Nikola Tesla***. Turner Publicaciones, Madrid (2009).

- Fleming, J. A. ***Cincuenta años de electricidad. Memorias de un ingeniero eléctrico***. Edición moderna, de la obra original de 1921, a cargo de Colino, A. y Sánchez, J. M. Editorial Crítica, Barcelona (2007).

- Gamov, G. ***Biografía de la Física***. Alianza Editorial, Madrid (1980), capítulo 5.

- Hernández, F. ***James Prescott Joule***. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1989).

- Johnson, G. ***Los diez experimentos más hermosos de la Ciencia***. Editorial Ariel, Barcelona (2008), capítulo 5.

- Lea, S. M. y Burke, J. R. ***Física. La naturaleza de las cosas***. Editorial Paraninfo, Madrid (2001), parte 6, capítulo 26.

- Mouján, H. ***Edison, el hombre de los mil inventos***. Errepar Longseller, Buenos Aires (2000).

- Pickover, C. A. ***De Arquímedes a Hawking***. Editorial Crítica, Madrid (2009), pp. 328-339, pp. 402-414 y pp. 415-427.

- Sánchez del Río, C. ***Los principios de la Física en su evolución histórica***. Editorial Complutense, Madrid (1995), capítulo 6.

- Udías, A. ***Historia de la Física: De Arquímedes a Einstein***. Editorial Síntesis, Madrid (2004), capítulo 11.

- Van der Wal, A.C. ***Thomas Alva Edison***. Ediciones Rueda, Madrid (2000).

Videoteca.

- ***“El Universo mecánico”***. California Institute of Technology, Arait Multimedia, Madrid (1992). Vídeos nº 32 “La batería eléctrica” y nº 33 “Circuitos eléctricos”.

- ***“Grandes genios e inventos de la humanidad”***. Crest Films, Madrid (2007). DVD nº 9 “La bombilla de Thomas Alva Edison”.

Webgrafía.

Básica.

- http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos.html Magnífica dirección web del Proyecto Newton elaborado por el Ministerio de Educación como un taller abierto de creación de recursos interactivos para la enseñanza de la Física preuniversitaria. Presenta resúmenes conceptuales, cuestiones de autoevaluación y simulaciones gráficas interactivas de todas las partes de la Física y, en lo que concierne al presente tema, sobre corriente eléctrica, ley de Ohm, potencia eléctrica, circuitos básicos y asociaciones de resistencias.

- https://moodle.upm.es/puntodeinicio Dirección web de la Universidad Politécnica de Madrid elaborada por un grupo de profesores (al que pertenece el autor de esta unidad) como apoyo en las materias básicas, entre ellas la Física, a los alumnos de nuevo ingreso. En ella se presentan numerosas cuestiones de autoevaluación (en lo que afecta a este tema, se recomienda al lector realizar las cuestiones de las distintas secciones de electrocinética y circuitos de corriente continua), así como enlaces a otras webs con sugerencias de repaso de los conceptos básicos en esta materia.

Avanzada.

- http://www.walter-fendt.de/ph14s/ Página del profesor alemán W. Fendt que, dentro del bloque de Electrodinámica, incluye applets interactivos, en los que se pueden cambiar los valores de las variables, sobre la ley de Ohm y sobre las asociaciones de resistencias.

- http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/ En esta dirección, con versión en castellano, el profesor Fu-Kwun Hwang de la National Taiwan Normal University de Taipei ofrece unos applets, sencillos pero interesantes, con animaciones sobre un circuito con resistencia y condensador (circuito RC) en corriente continua y sobre el funcionamiento del polímetro.