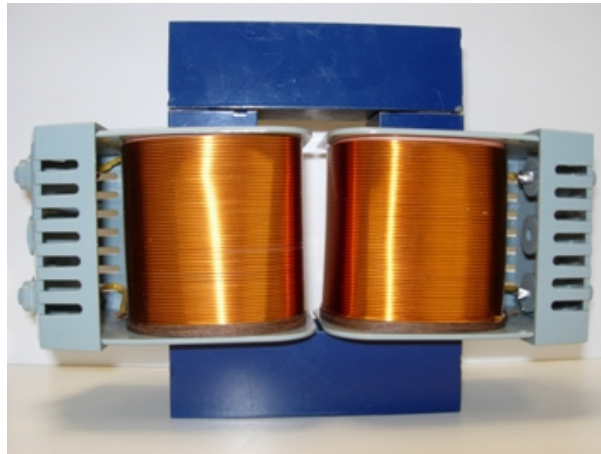


APOYO PARA LA PREPARACIÓN DE LOS ESTUDIOS DE  
INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

FÍSICA (PREPARACIÓN A LA UNIVERSIDAD)



---

## Unidad 21: Inducción electromagnética

---

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

14 de abril de 2010

# Unidad 21: Inducción electromagnética

*Curso de Física OCW-UPM*

*Prof. Dr. Álvaro G. Vitores González (2010)*

## **Motivación:**

- El conocimiento y la comprensión del fenómeno de inducción electromagnética permite su aprovechamiento tanto para producir energía eléctrica de una forma sencilla y rentable como para transformar su tensión, facilitando su distribución a largas distancias.

## **Objetivos:**

Esta unidad se dedica fundamentalmente al estudio de la inducción electromagnética, así como las aplicaciones de este fenómeno a la generación de una corriente alterna y a la elevación o reducción de la tensión de una corriente variable.

Con este tema se pretender cubrir los siguientes objetivos:

- Comprender el fenómeno de la inducción electromagnética y saber calcular el valor y el sentido de la fuerza electromotriz inducida en problemas sencillos.
- Comprender el fundamento físico del generador de corriente alterna.
- Conocer el significado de la autoinducción y de la inducción mutua.
- Conocer el fundamento físico del transformador y saber resolver problemas sencillos en los que éste intervenga.

## **Desarrollo:**

Habiendo tratado ya en una unidad anterior el concepto del vector inducción magnética (a veces llamado, incorrectamente, campo magnético), se procede a presentar el flujo magnético de este vector a través de una superficie cualquiera.

A continuación se presenta la experiencia de Faraday y se formula su ley de inducción electromagnética, junto con el significado físico asociado de la ley de Lenz; seguidamente, se aplica dicha ley a algunos casos sencillos.

Después se aplica el fenómeno de la inducción electromagnética para generar una corriente alterna. A continuación se presentan los coeficientes de autoinducción e inducción mutua con algunos ejemplos. Y, finalmente, se aprovecha el proceso de inducción para transformar la tensión de una corriente eléctrica.

## 1. El proceso histórico.

En 1269, el francés **Pierre de Maricourt** había hecho referencia en una carta al comportamiento observado en los imanes, siendo aprovechado por los navegantes marítimos del s. XIV el hecho de que éstos indican, aproximadamente, el polo norte terrestre. Pero sería el inglés **William Gilbert** quien, en 1600, haría el primer gran estudio sistemático del magnetismo en su obra “*De magnete*”.

Ya en 1820, el danés **Oersted** había observado que un hilo de corriente eléctrica era capaz de orientar una brújula cercana, lo que significaba que una corriente eléctrica podía generar un campo magnético, representando pues la primera conexión directa entre la electricidad y el magnetismo.

Se trataba ahora de plantearse lo contrario, es decir si un fenómeno magnético podía generar una corriente eléctrica. La respuesta la obtuvo el inglés **Faraday** en unos experimentos realizados en 1831, en uno de los cuales observó cómo al acercar o alejar un imán a un circuito sin alimentación eléctrica alguna se generaba en este una corriente eléctrica que podía detectar en un medidor. En el mismo año, y de un modo independiente, el norteamericano **Henry** observó el mismo tipo de fenómeno en un experimento similar. En 1834 el ruso **Lenz** enuncia su ley que permite predecir el sentido de la fuerza electromotriz y de la corriente inducidas en este tipo de fenómenos de inducción electromagnética. Faraday, de gran intuición experimental, pero con una formación matemática reducida, no formuló su ley en la forma diferencial con la que hoy la conocemos, siendo esta forma debida al alemán Neumann en 1847.

Pronto se vieron las importantes aplicaciones que este fenómeno podía tener en el campo de la ingeniería eléctrica. Así, tras algunos avances iniciales de diversos autores, el alemán **Siemens** diseñó en 1866 el generador de corriente, un dispositivo en que haciendo girar una bobina metálica cerca de un imán se genera en ella una diferencia de potencial que, a su vez, provoca la aparición de una corriente eléctrica. Este generador produce una corriente alterna, por lo que se suele llamar alternador, si bien introduciendo unos contactos o colectores esta corriente se convierte en continua, llamándose en ese caso dinamo a dicho generador.

El aprovechamiento industrial a gran escala de este fenómeno de inducción electromagnética para producir corriente vendría ligado a la llamada “*guerra de las corrientes*”, un áspero debate norteamericano de finales del s. XIX entre los defensores del uso de la corriente continua, liderados por **Edison**, y los partidarios de la corriente alterna, **Tesla**, serbio nacido en Croacia que había emigrado a Estados Unidos, y **Westinghouse**. En 1882 Edison ya tenía en marcha la primera gran central eléctrica, de corriente continua, mientras Westinghouse abrió la suya de corriente alterna en 1886. Tesla, que había trabajado con ambos, crearía su propia compañía eléctrica en 1887.

Pero para distribuir esta electricidad a grandes distancias era preciso reducir su intensidad para así reducir las pérdidas en calor Joule; para ello, se ideó aumentar la enormemente tensión de la corriente, reduciendo con ello la intensidad, y transportarla así por los largos cables de alta tensión, para que, al final de su destino, volviera a ser transformada, reduciendo ahora su tensión para un uso más seguro. Estos procesos de

aumento y reducción de la tensión se consiguieron con el desarrollo del transformador, a cargo de numerosos expertos, entre ellos, y además de los tres implicados en la mencionada guerra de las corrientes, el francés **Gaulard** y el británico **Gibbs** en 1882 y los húngaros **Déri**, **Blathy** y **Zipernowski** en 1885 que aplicaron este ingenio a los sistemas de alumbrado eléctrico.

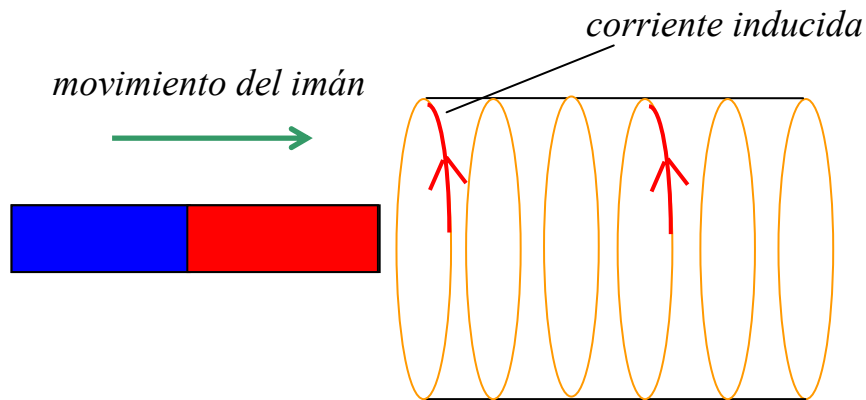
## 2. Ley de inducción electromagnética.

Si consideramos una región del espacio en la que existe un vector **inducción magnética** de valor  $B$ , el **flujo magnético** de dicho vector a través de una superficie  $dS$  es el producto escalar de ambos vectores que forman un ángulo  $\theta$  entre ellos, es decir

$$d\phi_{mag} = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \theta \quad (1)$$

magnitud que, en el S.I. de unidades, vendrá expresada en  $T \cdot m^2$ , unidad que se denomina weber ( $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot m^2$ ).

Faraday y Henry realizaron diversas experiencias para ver si un campo magnético podía crear corriente eléctrica. En una de ellas, se colocó un imán cerca de una bobina de espiras metálicas, inicialmente sin corriente

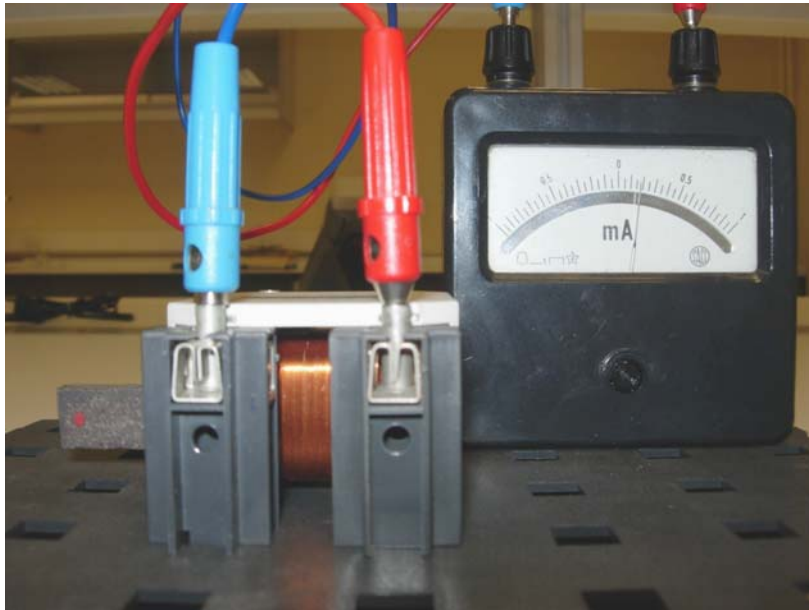


y se vio que, si se movía dicho imán, entonces en la bobina aparecía una diferencia de potencial o **f.e.m. inducida** (y con ello una corriente eléctrica inducida) dada por la siguiente expresión, conocida como la **ley de inducción de Faraday** (o de Faraday-Henry-Lenz)

$$\mathcal{E}_{induc} = - \frac{d\phi_{mag}}{dt} \quad (2)$$

que expresa el hecho observado de que la f.e.m. inducida en un circuito en cada instante es igual a la variación en el tiempo, con signo menos, del flujo magnético a través del mismo. Una vez aparece dicha f.e.m. entre los extremos del circuito, si éste tiene una resistencia  $R$ , la intensidad de la corriente que se induce en él es

$$I_{induc} = \frac{\mathcal{E}_{induc}}{R} \quad (3)$$



*Reconstrucción de la experiencia de Faraday: al acercar el imán (barra a la izquierda con un punto rojo) hacia el solenoide de espiras (bobina dorada), aumentará el flujo magnético a través de éste, con lo que aparecerá en él una f.e.m. inducida y, con ello, una corriente inducida que se detecta mediante el miliamperímetro de la derecha (fotografía del autor de esta unidad)*

Debe destacarse que ello significa que se puede generar corriente con una simple acción magnetomecánica consistente en mover un imán cerca de un circuito. Lo que ha sucedido es que, al acercar el imán, ha aumentado el flujo magnético a través de la bobina, con lo que, según la ley de inducción, aparece una f.e.m. o d.d.p. inducida en ella que mueve a los electrones libres del metal de las espiras de las que consta dicha bobina. Esta d.d.p. ha surgido como consecuencia de que al avanzar las líneas del campo magnético dentro de las espiras, sobre las cargas negativas libres de moverse por aquéllas aparece una fuerza de Lorentz que las desplaza respecto a las cargas positivas, provocando así la aparición de una d.d.p. que después provoca una corriente eléctrica.

Además, la ecuación (2) indica que la f.e.m. inducida en voltios que aparece, y que se puede medir conectando un voltímetro entre los extremos de la bobina, es tanto mayor cuanto más rápido se produzca la variación magnética, o sea, cuanto más rápido

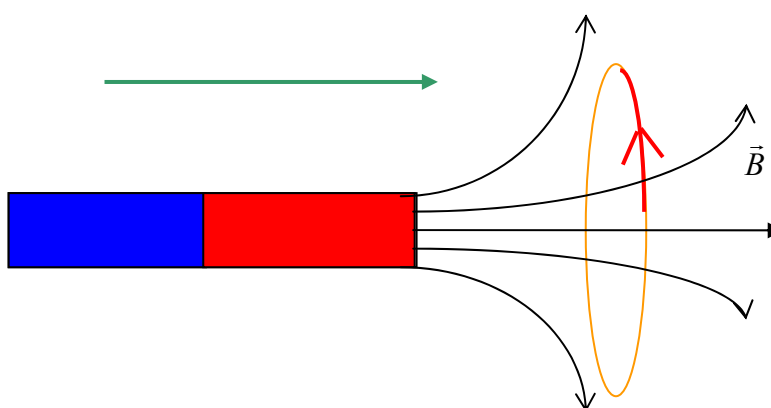
se mueva el imán. Pero, por otro lado, indica que dicha f.e.m., y por tanto la corriente, desaparecerán en cuanto cese dicha variación magnética, es decir, en cuanto dejemos de mover el imán.

El signo menos que aparece en la ecuación (2) se conoce como *ley de Lenz* y expresa el hecho observado de que la f.e.m. y la corriente inducidas tienen un sentido tal que tienden a oponerse a la variación que las produce. Así, en la figura anterior sobre la experiencia de Faraday, la ley de Lenz indica que como al acercar el imán hacia la derecha está aumentando el flujo entrante a través de la espira hacia la derecha, entonces la corriente inducida debe aparecer en un sentido tal que genere líneas de B salientes de la espira, hacia la izquierda, para lo cual dicha corriente tiene que ser de sentido antihorario visto desde el imán.

Ello debe ser así ya que, de no verificarse la ley de Lenz, se violaría la conservación de la energía: así, en este ejemplo, si al acercar el imán hacia la derecha se generara corriente horaria en la bobina, entonces aumentaría aún más el flujo magnético hacia la derecha, lo cual a su vez generaría más corriente horaria que, de nuevo, a su vez, crearía más flujo hacia la derecha y así sucesivamente de modo ilimitado sin que el fenómeno parara nunca.

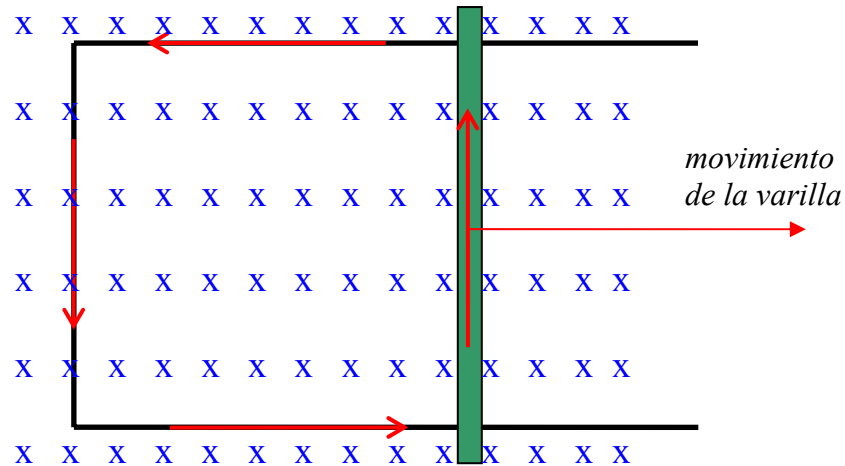
De la ecuación (1) se tiene que podrá conseguirse una *variación del flujo magnético* —que, según (2), dará lugar a una f.e.m. inducida— mediante tres formas:

- i) variando el valor de la inducción magnética B a través de la superficie del circuito (por ejemplo, acercando o alejando un imán; o, en un electroimán, variando el B creado por éste por variación de la propia corriente I que lo crea):



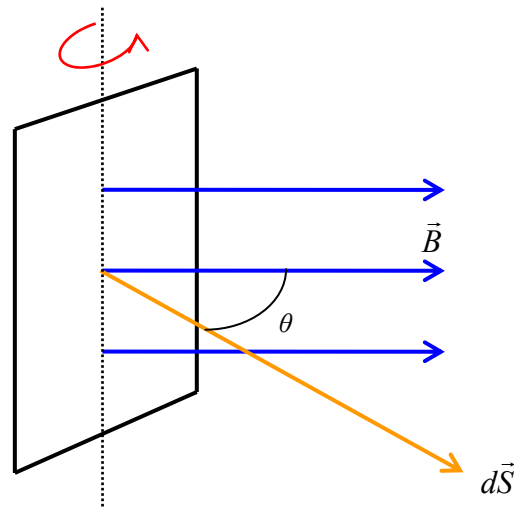
*Al acercar el imán hacia la espira, aumentará el flujo magnético a través de ésta, con lo que aparecerán en ella una f.e.m. y una corriente (flecha roja) inducidas*

- ii) variando el tamaño de la propia superficie del circuito a través de la cual cruza el flujo magnético (por ejemplo, aumentando o reduciendo el área encerrada por el circuito):



*Al mover la varilla hacia la derecha, aumentará el flujo magnético del  $B$  entrante a través del circuito rectangular, con lo que aparecerán en él una f.e.m. y una corriente (flechas rojas) inducidas*

- iii) variando el ángulo de orientación entre la superficie del circuito y el vector  $B$  que la cruza (por ejemplo, haciendo girar el circuito dentro del  $B$ ).



*Al girar la espira alrededor del eje vertical, cambiará el flujo magnético del  $B$  a través del circuito rectangular, con lo que aparecerán en él una f.e.m. y una corriente inducidas*

### Ejemplo n° 1:

Si el flujo magnético a través de una espira metálica de  $100 \Omega$  de resistencia varía con el tiempo según la ecuación  $\Phi_m = (50 - 3t^2)$  Wb, calcular la corriente que se está induciendo en ella en el instante  $t = 5$  s.

Según la ley de inducción 
$$\varepsilon_{induc} = -\frac{d\phi_{mag}}{dt} = -(-6t) = 6t$$

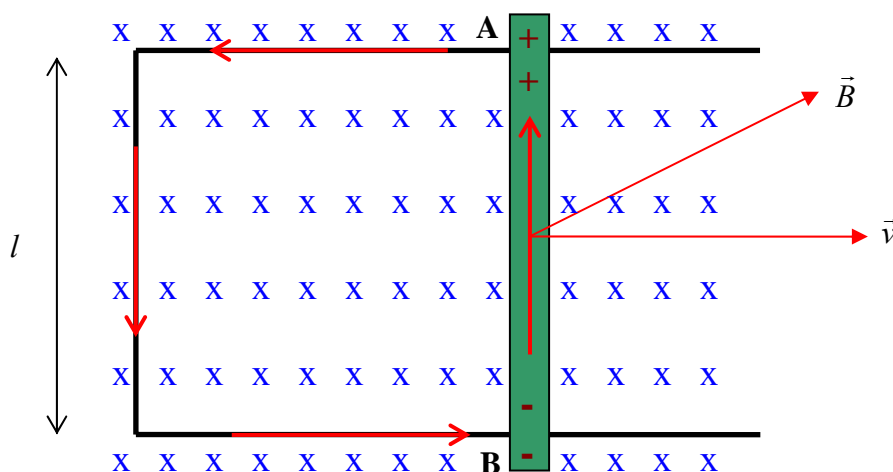
luego en el instante  $t = 5$  s se tiene que  $\varepsilon_{induc} = 30$  V, con lo que  $I_{induc} = \frac{\varepsilon_{induc}}{R} = 0,3A$

### Actividad n° 1:

Considere una espira circular metálica colocada en el plano de lectura de este texto y que está siendo atravesada por un flujo magnético perpendicular a dicho plano y saliente hacia el lector. Si dicho flujo está aumentando con el tiempo, ¿que sentido tendrá la corriente inducida vista desde el observador?

**Soluc.:** sentido horario, para que cree flujo magnético entrante que se oponga al aumento de flujo saliente.

Consideramos ahora con mayor detalle el caso de la f.e.m. inducida en un circuito rectangular como el presentado en el caso ii) anterior.



Cuando en este circuito desplazamos la varilla metálica (de color verde) hacia la derecha a velocidad constante  $v$ , aparece una fuerza magnética de Lorentz sobre los electrones libres de la misma de valor



$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (4)$$

de modo que como la carga es negativa, dichos electrones serán desplazados sobre la varilla hacia la zona B, mientras que las cargas positivas se concentrarán en la zona A. Aparece entonces una diferencia de potencial inducida entre A y B que provoca la circulación de una corriente desde A hacia B en sentido antihorario por el circuito rectangular. Ello está de acuerdo con la ley de Faraday puesto que al mover la varilla hacia la derecha está aumentando el flujo a través del circuito rectangular, luego aparecerá una d.d.p. o f.e.m. inducida en el mismo. Y también está de acuerdo con la ley de Lenz, puesto que como al mover la varilla hacia la derecha está aumentando el flujo magnético entrante, entonces la corriente inducida debe tener un sentido tal que genere flujo saliente, es decir sentido antihorario.

Calculemos ahora el valor de dicha d.d.p. o f.e.m. inducida. La variación de flujo magnético a través del circuito será

$$d\phi_{mag} = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \quad (5)$$

puesto que  $B$  y  $dS$  van en la misma dirección (perpendicular al plano del dibujo). Y al mover la varilla AB durante un  $dt$  hacia la derecha a velocidad constante  $v$  se produce un aumento de la superficie del circuito que está siendo cruzada por el flujo magnético  $dS = l dx = l v dt$ , con lo que (5) queda

$$d\phi_{mag} = B l v dt \quad (6)$$

luego la f.e.m. inducida será, según la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon_{induc} = - \frac{d\phi_{mag}}{dt} = - B l v \quad (7)$$

Y si el circuito rectangular por el que circula la corriente tiene una resistencia  $R$ , entonces la corriente inducida que circula por él vendrá dada por

$$I_{induc} = \frac{\varepsilon_{induc}}{R} = - \frac{B l v}{R} \quad (8)$$

donde el signo menos sólo indica el sentido de la corriente dado la ley de Lenz.

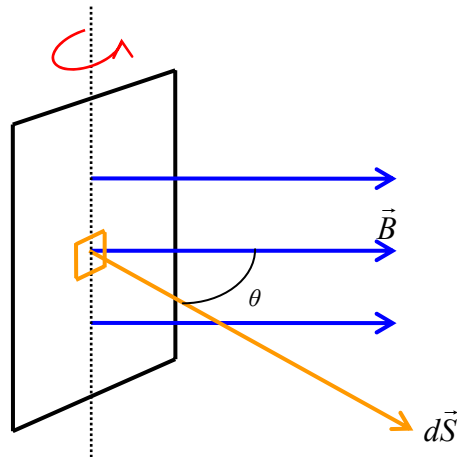
### Actividad n° 2:

Si en el circuito de la figura anterior se tiene que  $l = 50$  cm,  $R = 10 \Omega$  y cuando se está desplazando la varilla a velocidad  $v = 200$  cm/s se mide una corriente inducida de  $0,2$  A, ¿cuánto valdrá la inducción magnética  $B$  en la que está inmerso dicho circuito? Si el desplazamiento de la varilla fuera hacia la izquierda, ¿en qué sentido estaría circulando la corriente inducida en el circuito? ¿Por qué?

**Soluc.:**  $2$  T ; sentido horario para oponerse a la pérdida de flujo entrante

### 3. Generación de una corriente alterna: alternador.

Consideremos ahora una situación especial del caso de variación de flujo magnético presentado en el apartado iii) de la sección anterior. Si la espira de la figura, de superficie total  $S$ , se subdivide en pequeños trozos  $dS$



entonces el flujo magnético a través de ese  $dS$  será

$$d\phi_{mag} = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \theta \quad (9)$$

Y sumando todos los  $d\Phi_{mag}$  a través de todos los  $dS$  que forman la superficie total  $S$  del rectángulo, se tiene

$$\phi_{mag} = \int d\phi_{mag} = \int B dS \cos \theta = B \cos \theta \int dS = B \cos \theta S \quad (10)$$

Si ahora se hace girar la espira con velocidad angular  $\omega$  uniforme alrededor de un eje vertical, entonces el ángulo entre el vector inducción  $B$  y el vector superficie  $S$  variará con el tiempo según la ecuación

$$\theta = \omega t \quad (11)$$

luego el flujo magnético total a través de la espira queda

$$\phi_{mag} = B \cos(\omega t) S = B S \cos(\omega t) \quad (12)$$

Como, normalmente, en lugar de una única espira de área  $S$  se tiene una bobina con  $N$  espiras, entonces el área total que encierra la bobina del alternador será  $NS$ , con lo que la ecuación anterior debe generalizarse como

$$\phi_{mag} = B \cos(\omega t) N S = B N S \cos(\omega t) \quad (13)$$

Como la expresión anterior depende del tiempo, este flujo experimentará una variación: en efecto, en la figura anterior se ve que el flujo magnético será máximo (hacia la derecha) cuando el plano de la espira esté perpendicular al observador; luego pasará por cero cuando la espira esté justo en el plano en que está escrito este texto; después, según siga girando la espira, el flujo será mínimo (máximo pero negativo, pues el vector superficie es antiparalelo al vector inducción); y, finalmente, volverá a ser cero cuando la espira esté de nuevo con su cara sobre el plano en que está escrito este texto.

Entonces, como el flujo magnético está variando con el tiempo según va girando la espira, aparecerá en ella, según la ley de Faraday, una f.e.m. inducida dada por

$$\varepsilon_{induc} = -\frac{d\phi_{mag}}{dt} = -BNS\omega[-\text{sen}(\omega t)] = (BNS\omega)\text{sen}(\omega t) \quad (14)$$

y como un seno puede valor 1 como máximo, entonces el valor máximo de la  $\varepsilon_{induc}$  es  $BNS\omega$ , luego llamando  $\varepsilon_{m\acute{a}x}$  a este valor, o sea

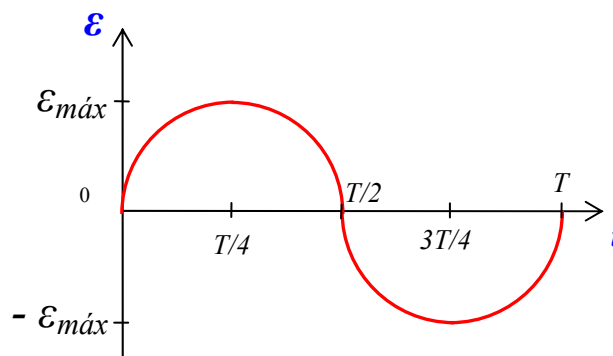
$$\varepsilon_{m\acute{a}x} = BNS\omega \quad (15)$$

la ecuación anterior queda

$$\varepsilon_{induc} = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \quad (16)$$

que es una función senoidal, luego la f.e.m. inducida oscila periódicamente entre un valor máximo  $+\varepsilon_{m\acute{a}x}$  y otro mínimo  $-\varepsilon_{m\acute{a}x}$ , llamándose a esta función **f.e.m. alterna**, y generador de corriente alterna o **alternador** al aparato de la figura.

La forma gráfica de la ecuación anterior será, pues, la siguiente:



que es una función periódica de período  $T = 2\pi/\omega$ , siendo  $\omega$  la velocidad angular de giro de la espira, que en el lenguaje de corriente alterna se denomina frecuencia angular

de la corriente. Sin embargo, es más frecuente caracterizar la oscilación de la corriente alterna mediante la frecuencia  $\nu = \omega/2\pi$ , y así, nuestra corriente alterna se dice que tiene una frecuencia de 50 Hz, lo que significa que tiene un período de repetición de  $T = 1/\nu = 0,02$  s. Por ello, una lámpara de nuestras casas en realidad se enciende y se apaga 100 veces en cada segundo (50 veces con polaridad positiva y otras 50 veces con polaridad negativa), un ritmo demasiado rápido para que sea detectado por nuestros ojos.

Si la espira del circuito tiene resistencia  $R$ , entonces la corriente alterna inducida que aparece en el circuito es

$$I_{induc} = \frac{\varepsilon_{induc}}{R} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{R} \text{sen}(\omega t) = I_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \quad (17)$$

donde se ha llamado  $I_{m\acute{a}x} = \varepsilon_{m\acute{a}x}/R$ .

En definitiva, por el mero hecho de hacer girar una espira dentro de una inducción magnética  $B$ , por ejemplo, debida a un imán, se ha conseguido generar una corriente alterna en aquélla. Es decir, un simple efecto mecánico-magnético ha permitido generar corriente, lo que constituye la base de la moderna producción de electricidad a gran escala. Así, en una central hidroeléctrica, el agua que cae en el salto desde la presa hasta su base hace mover una turbina que, a su vez, provoca el giro de una bobina dentro de una inducción magnética (alternador), dando lugar a una variación de flujo magnético a su través que, como se acaba de ver, induce la aparición de una corriente eléctrica alterna; esta corriente producida es luego transformada a una tensión elevada para ser distribuida por los cables de alta tensión (con menor intensidad de corriente para reducir las pérdidas por calor Joule), siendo finalmente de nuevo transformada, pero ahora a tensión baja, para que llegue así a nuestros domicilios, comercios, industrias, etc.

### Ejemplo n° 2:

Un alternador dado consta de una bobina de 500 vueltas o espiras circulares, cada una de 20 cm de radio. Si se hace girar dicha bobina a un ritmo constante de 50 vueltas por cada segundo dentro de una inducción magnética uniforme de 16 mT creada por un imán, ¿cuál será el valor máximo de la tensión inducida en dicho alternador?

De la ecuación (15) se tiene que  $\varepsilon_{m\acute{a}x} = BNS\omega$ , donde  $S = \pi r^2 = 0,126 \text{ m}^2$ ,  $\omega = 2\pi \times 50 = 314,2 \text{ rad/s}$ , luego queda  $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 16 \times 10^{-3} \times 500 \times 0,126 \times 314,2 = 317 \text{ V}$

### Actividad n° 3:

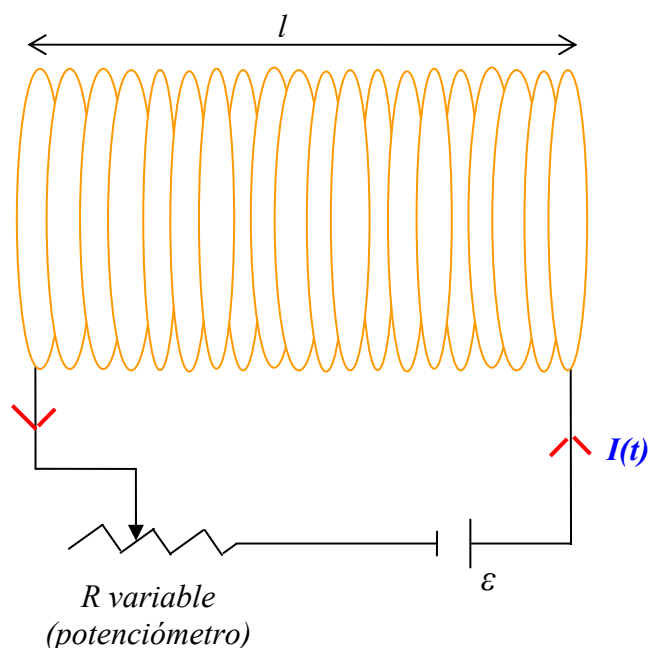
Calcular la inducción magnética a la que debería someterse una bobina de 1000 espiras circulares, cada una de  $0,2 \text{ m}^2$  de área, para que generara una corriente alterna de 400 V de tensión máxima con una frecuencia de oscilación de 50 Hz.

**Soluc.:** 6,4 mT

#### 4. Autoinducción.

En el primer ejemplo que se vio sobre inducción electromagnética, era un objeto ajeno al circuito el que provocaba la aparición de una f.e.m. y de una corriente inducidas. Así, en dicho caso era el movimiento de un imán externo el que provocaba la inducción electromagnética en una bobina o solenoide.

Sin embargo, un circuito en sí mismo puede “autoprovocarse” una inducción electromagnética si, cuando está siendo recorrido por una corriente, ésta varía, fenómeno que, por ello, se denomina **autoinducción**. Así, supongamos que el solenoide de la figura está conectado a una fuente de corriente cuya intensidad podemos variar (por ejemplo, podemos conectar dicha fuente a una resistencia variable cuyo valor puede aumentarse o reducirse simplemente moviendo un cursor de contacto sobre ella).



Así, al mover el cursor del potenciómetro variamos la resistencia  $R$  del circuito con lo que varía la  $I$  que circula por la bobina; con ello, varía la inducción magnética y, por tanto, el flujo magnético a través de ella, apareciendo una f.e.m. autoinducida que tiende a oponerse a la variación de corriente que el potenciómetro está intentando imponer al circuito.

El flujo magnético a través del solenoide de  $N$  espiras, cada una de sección  $S$ , es

$$\phi_{mag} = \int B dS = B \int dS = B N S \quad (18)$$

y como, según la unidad anterior, la inducción magnética creada en el interior de un solenoide recto largo es

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad (19)$$

donde  $n$  es el número de vueltas  $N$  por unidad de longitud recta  $l$  del solenoide ( $n = N/l$ ) y  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ), entonces queda

$$\phi_{mag} = B N S = \mu_0 \frac{N^2}{l} I S = \left( \mu_0 \frac{N^2}{l} S \right) I \quad (20)$$

y, llamando **coeficiente de autoinducción**  $L$  del solenoide a la constante de proporcionalidad entre el flujo magnético  $\phi_{mag}$  y la intensidad  $I$  en la ecuación anterior, o sea

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l S \quad (21)$$

de modo que el coeficiente de autoinducción de un solenoide, y de cualquier circuito en general, **es un factor meramente geométrico**, que sólo depende de la forma y tamaño del mismo (independiente de la corriente que circule por él), siendo su unidad, en el S.I., el henrio (H).

Con ello, la ecuación (20) puede escribirse como

$$\phi_{mag} = L I \quad (22)$$

ecuación que es general, válida para todo circuito, lo que hace que se pueda definir el **coeficiente de autoinducción** de un circuito cualquiera como la razón entre el flujo magnético que lo atraviesa y la intensidad que circula por él:

$$L = \frac{\phi_{mag}}{I} \quad (23)$$

Entonces, también de modo general, la ley de inducción de Faraday nos dice que la f.e.m. autoinducida en cualquier circuito será

$$\mathcal{E}_{induc} = - \frac{d\phi_{mag}}{dt} = - \frac{d(LI)}{dt} \quad (24)$$

y, considerando que el circuito no varía de forma ni tamaño, o sea con  $L$  constante, queda

$$\mathcal{E}_{induc} = - L \frac{dI}{dt} \quad (25)$$

de modo que si intentamos aumentar la corriente en un circuito, entonces aparecerá una f.e.m. autoinducida que creará una corriente extra autoinducida en un sentido opuesto al de la inicial del circuito.

Este fenómeno hace que cuando cerramos cualquier circuito (que siempre tiene un cierto coeficiente de autoinducción  $L$ ), por ejemplo, para encender una lámpara de

nuestra casa, la corriente no se establezca de golpe en su valor final, sino que tarda un tiempo en estabilizarse; y, viceversa, al abrir un circuito, por ejemplo, al apagar dicha lámpara, la corriente no cae a cero de golpe, sino que tarda un tiempo en extinguirse. Lo que sucede es que, en la mayoría de los casos, estas corrientes autoinducidas, que se llaman *extracorrientes de cierre y de apertura de un circuito*, respectivamente, pese a ser intensas, duran tan poco tiempo (milisegundos o menos) que, normalmente no las notamos, aunque provocan los conocidos picos de tensión de los que deben protegerse los equipos muy delicados.

**Curiosidad.** A veces, sí puede apreciarse claramente el efecto de la extracorrente de apertura cuando apagamos una lámpara mediante la llave que está en la pared de la casa: así, al abrir la llave, se observa a veces que se libera un pequeño chispazo en ésta que es consecuencia de que la d.d.p. inducida en la apertura del circuito ha ionizado el aire de la habitación y lo ha hecho conductor, permitiendo que circule a su través una pequeña corriente de descarga.

**Actividad nº 4:**

Al someter una bobina a diferentes intensidades y medir en cada caso el flujo magnético que la atraviesa, se obtiene la siguiente tabla de valores:

Medidas	1	2	3	4	5
$I$ (mA)	10	25	50	75	100
$\phi_{mag}$ ( $\mu Wb$ )	51	123	250	373	505
$L$ (mH)					

Mediante la expresión (23), calcule el coeficiente de autoinducción  $L$  para cada par de valores de  $I$ ,  $\phi_{mag}$  de cada columna, completando la fila inferior de la tabla. ¿Depende el valor obtenido de la corriente en cada caso?

**Soluc.:**  $L = \phi_{mag} / I$  sale aproximadamente 5 mH en todos los casos, independientemente de la corriente, pues  $L$  es un factor geométrico.

**Actividad nº 5:**

Calcular el coeficiente de autoinducción de un solenoide de 1000 espiras circulares, cada una de 8 cm de diámetro, y 20 cm de longitud recta.

**Soluc.:** 0,032 H

### Ejemplo n° 3:

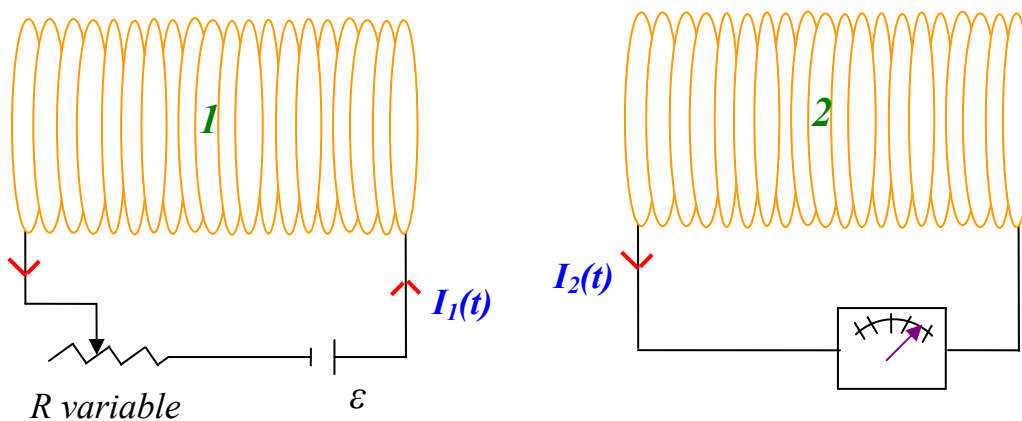
Calcular a qué ritmo debe variarse la corriente en un circuito de  $6 \times 10^{-5}$  H de autoinducción para que aparezca en él una f.e.m. autoinducida de 20 V.

**Solución.** Despejando de la ecuación (25) se tiene que  $dI/dt = -\varepsilon_{induc}/L = -20/(6 \times 10^{-5}) = -3,3 \times 10^5$  A/s

## 5. Inducción mutua.

De la misma manera que, como acabamos de ver, un circuito puede autoinducirse una f.e.m. y una corriente, también un circuito puede sufrir una f.e.m. inducida por otro vecino a él (**inducción mutua**). Así, si en un circuito 1 varía su corriente  $I_1$ , variará la inducción  $B_1$  que crea a su alrededor y, con ello, variará el flujo magnético  $\Phi_{12}$  que crea ese circuito 1 y que atraviesa el circuito 2, apareciendo una f.e.m. inducida  $\varepsilon_{12}$  en este segundo circuito como consecuencia del circuito primero.

Así, consideremos, por ejemplo, dos solenoides 1 y 2, cada uno con  $N_1$  y  $N_2$  espiras respectivamente:



Entonces el flujo magnético creado por el circuito 1 será proporcional a la corriente que lo crea (pues  $\phi_{mag} \propto B$  y  $B \propto I \Rightarrow \phi_{mag} \propto I$ ), de modo que si ésta varía, variará ese flujo que, como atravesará al circuito vecino 2, lo llamaremos  $\Phi_{12}$ , o sea

$$\phi_{12} = M_{12} I_1 \quad (26)$$

donde hemos llamado  $M_{12}$  al coeficiente de proporcionalidad entre  $\Phi_{12}$  e  $I_1$ , denominándosele **coeficiente de inducción** mutua entre los circuitos 1 y 2, siendo su unidad, en el S.I., el henrio (H).



Entonces, si variamos la corriente en el circuito 1 (por ejemplo, variando la resistencia  $R$  del potenciómetro) variará dicho flujo mediante la ley de Faraday y aparecerá una f.e.m. inducida en el circuito 2:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\phi_{12}}{dt} = -\frac{d(M_{12} I_1)}{dt} \quad (27)$$

y, considerando que los circuitos no varían de forma ni tamaño, o sea con  $M_{12}$  constante, queda

$$\varepsilon_2 = -M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad (28)$$

ecuación que vale para cualquier pareja de circuitos, sean o no solenoides.

De la misma manera, podemos razonar de un modo simétrico en cuanto a que si es la corriente del circuito 2 la que variamos, entonces se inducirá una f.e.m. en el circuito 1 por culpa de su vecino 2 dada por:

$$\varepsilon_1 = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad (29)$$

donde  $M_{12} = M_{21}$  y, por ello, se le denomina simplemente coeficiente de inducción mutua  $M$ .

#### Ejemplo n° 4:

Calcular la f.e.m. inducida en un circuito como consecuencia de que la corriente en otro circuito próximo se está variando a un ritmo de  $10^3$  A/s, si el coeficiente de inducción mutua entre ambos circuitos es de 12 mH.

$$\text{Según la ecuación (28), } \varepsilon_2 = -M_{12} \frac{dI_1}{dt} = -12 \times 10^{-3} \times 10^3 = -12 \text{ V}$$

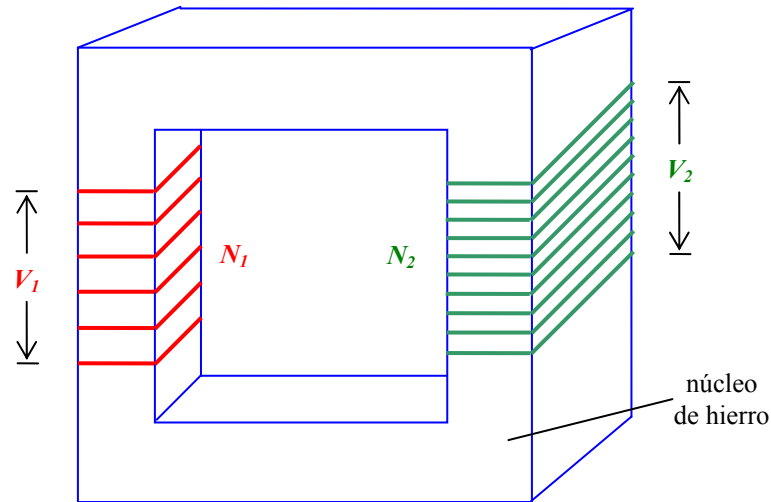
## 6. Transformador.

Un transformador es un dispositivo formado por dos arrollamientos metálicos, cada uno con  $N_1$  y  $N_2$  espiras respectivamente, situados sobre un núcleo de hierro (que sirve para aumentar la inducción magnética creada por una corriente, gracias a que sus átomos se comportan como pequeños imanes que refuerzan el magnetismo, y para que el flujo magnético que sale de uno de los arrollamientos entre totalmente a través del otro).

Entonces, si la corriente de uno de los arrollamientos varía (por ejemplo, porque se trata de una corriente alterna), se induce en el otro arrollamiento otra corriente también variable (debido, como hemos visto, a la *inducción mutua*) de modo que, como

veremos, se puede elevar o reducir la tensión que sale del transformador respecto a la que entra en éste.

En la figura siguiente, se tiene un transformador en el que el circuito o arrollamiento primario 1 tiene  $N_1$  espiras mientras que el circuito o arrollamiento secundario 2 tiene  $N_2$  espiras:



Si el arrollamiento o bobina 1 se conecta a una tensión de entrada alterna, al ser ésta variable, aparece una d.d.p. inducida en ese circuito primario dada por la ley de Faraday:

$$V_1 = - \frac{d\phi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (30)$$

donde hemos llamado  $\Phi$  al flujo magnético a través de una espira, de modo que al tener dicha bobina  $N_1$  espiras, se ha sustituido su flujo magnético total  $\Phi_1$  por  $N_1\Phi$ .

Este flujo magnético  $\Phi$  que atraviesa una espira del circuito 1 o primario sigue su curso a lo largo del núcleo de hierro prácticamente sin pérdidas, con lo que atraviesa íntegramente cada una de las espiras del circuito o bobina secundaria 2 y al ser variable induce la aparición de otra d.d.p. inducida en él dada por:

$$V_2 = - \frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (31)$$

donde, igual que antes, hemos llamado  $\Phi$  al flujo magnético a través de una espira, de modo que al tener dicha bobina  $N_2$  espiras, se ha sustituido su flujo magnético total  $\Phi_2$  por  $N_2\Phi$ .

Entonces, despejando  $d\Phi/dt$  de la ecuación (30) y de la ecuación (31) e igualando ambos resultados entre sí queda que

$$\frac{V_2}{N_2} = \frac{V_1}{N_1} \quad (32)$$

o, de otra forma,

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (33)$$

con lo que queda

$$V_2 = V_1 \frac{N_2}{N_1} \quad (34)$$

es decir que la tensión de salida en el transformador  $V_2$  crece o decrece respecto a la tensión de entrada en el mismo  $V_1$  según el factor razón entre el número de vueltas en las bobinas de salida y de entrada, respectivamente. Así, si  $N_2 > N_1$ , se conseguirá a la salida del transformador un aumento de tensión respecto a la de entrada (*transformador de alta*) y, viceversa, si  $N_1 > N_2$ , el transformador servirá para reducir la tensión en el proceso (*transformador de baja*).

Así, por ejemplo, el alternador de una central eléctrica produce una corriente alterna a una tensión típica de 20000 V que luego se elevan hasta unos 500000 V en un transformador de alta para transportarla a baja intensidad (para reducir las pérdidas Joule) por las líneas de alta tensión. Después, dicha tensión se reduce en un transformador de baja en una subestación de transporte hasta unos 10000-15000 V y, finalmente, se vuelve a reducir en otro transformador de baja en la estación distribuidora hasta los 380 V o 230 V para uso industrial o doméstico. Otro ejemplo más cercano de transformador lo tenemos en muchos aparatos de nuestras casas; así, cuando conectamos una radio a la red doméstica le estamos suministrando una tensión alterna de 230 V, pero luego la radio lleva dentro un transformador de baja que reduce esa tensión por ejemplo hasta unos 6 V (rectificada además de corriente alterna en continua, por ejemplo, mediante un diodo).

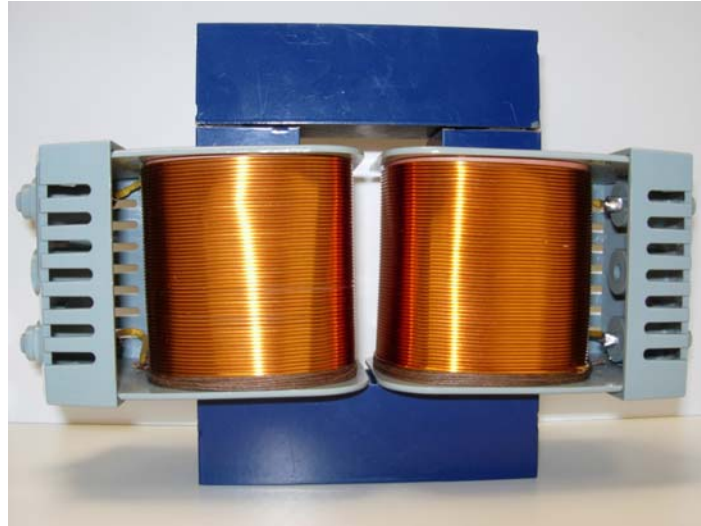
Si consideramos que el transformador tiene pocas pérdidas de energía (normalmente menores que el 5%), entonces la potencia ( $P = IV$ ) en el circuito de entrada se puede igualar con la potencia en el circuito de salida, es decir:

$$I_1 V_1 = I_2 V_2 \quad (35)$$

con lo que la ecuación (34) puede escribirse en función de las intensidades de entrada y de salida como

$$I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} \quad (36)$$

con lo que, al revés de lo que pasa con las tensiones, en un transformador de alta, mientras la tensión aumenta, la intensidad se reduce y viceversa.



*Montaje de dos bobinas (en color dorado) sobre un núcleo de hierro (en color azul) para construir un transformador (fotografía del autor de esta unidad)*

**Curiosidad.** Las **pérdidas de energía en un transformador** (típicamente del 5%) se deben a diversas causas: **i)** hay pérdidas de flujo de la bobina primaria a la secundaria (pueden reducirse uniéndose directamente entre sí ambos devanados; **ii)** la autoinducción en la bobina primaria limita su propia corriente (puede reducirse eligiendo un diseño más adecuado del circuito); **iii)** hay pérdidas por calor Joule en los hilos conductores de ambas bobinas (pueden reducirse usando mejores conductores); **iv)** como consecuencia de la ley de inducción, se crean corrientes parásitas en el propio hierro del núcleo del transformador, disipando también calor Joule (pueden reducirse usando un núcleo no macizo, sino laminado, formado por placas separadas por un aislante que rompe o confina dichas corrientes parásitas); y **v)** el material del núcleo del transformador sufre, al estar sometido a una corriente cíclica variable, ciclos de imanación y desimanación (ciclos de histéresis) al final de los cuales se produce una pérdida de energía (puede reducirse utilizando para el núcleo materiales con poca pérdida de histéresis, los llamados hierros dulces —muy puros, poco carbonados— o blandos).

#### **Ejemplo n° 5:**

Un transformador de una central eléctrica eleva la tensión de 22000 V a 500000 V. **i)** ¿Cuál debe ser la razón entre el número de espiras del devanado secundario y el número de espiras del devanado primario?. **ii)** Si la potencia del transformador (considerado ideal, sin pérdidas) es de 700 MW, ¿cuáles son las intensidades de corriente en los devanados primario y secundario?

i) Según la ecuación (33):  $N_2/N_1 = V_2/V_1 = 500000/22000 = 22,7$ .

ii) Como la potencia de entrada es igual a la de salida, según la ecuación (35):  $P = I_1 V_1 = I_2 V_2 \Rightarrow 700 \times 10^6 = I_1 \times 22000 = I_2 \times 500000 \Rightarrow I_1 = 3,18 \times 10^4 \text{ A}, I_2 = 1,40 \times 10^3 \text{ A}$

### **Actividad nº 6:**

Si se quiere tener un transformador que reduzca la tensión de 230 V a 6 V y su devanado primario tiene 500 espiras, ¿cuántas espiras deben colocarse en el devanado secundario?

**Soluc.:** 13 espiras

### **Resumen.**

- El conocimiento y la comprensión del fenómeno de inducción electromagnética nos permite entender cómo existe una conexión entre la electricidad y el magnetismo.
- Una vez entendidos los conceptos básicos que intervienen en el fenómeno de inducción electromagnética, éstos se pueden aprovechar con diferentes fines prácticos, tales como generar corriente eléctrica alterna aprovechando el movimiento de una espira o bobina dentro de una inducción magnética o transformar la tensión de dicha corriente elevándola para facilitar su transporte por las líneas de alta tensión o reduciéndola para hacer más seguro su consumo.

**Reflexión final.** Nuestra moderna sociedad ha logrado aprovechar con éxito el hecho de que la variación de un fenómeno magnético crea un fenómeno eléctrico para generar energía eléctrica de un modo sencillo, impulsando el desarrollo de numerosas aplicaciones técnicas.

*El autor: Prof. Dr. Álvaro G. Vitores González  
Universidad Politécnica de Madrid (2010)*

## ***Bibliografía.***

### ***Básica preuniversitaria.***

- Enciso, J. ***Física. Serie Bachillerato Schaum.*** McGraw-Hill/Interamericana de España, Madrid (2003), unidad 6.
- Navarro, F. ***Física fácil para Bachillerato y acceso a la Universidad.*** Editorial Espasa Calpe, S.A., Madrid (2009), parte VI, capítulo 6.
- Pople, S., Piñar, I. y Méndez, J. ***Física. Bachillerato. Repasa con esquemas.*** Oxford University Press España, Madrid (1998), unidad F13.
- Zubiaurre, S., Arsuaga, J. M., Moreno, J. Y Gálvez, F. ***Física. Bachillerato 2*** con CD-ROM. Grupo Anaya, Madrid (2009), capítulo 8.

### ***Básica universitaria.***

- Alonso, M. y Finn, E. J. ***Física.*** Addison-Wesley Iberoamericana, Madrid (1995), capítulo 27.
- Arenas, A. ***Física. Problemas de examen.*** Selecciones Científicas, Madrid (1987), capítulo 15.
- Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D. y Freedman, R. A. ***Física Universitaria.*** Ed. Pearson Addison-Wesley (2004), volumen 2, capítulos 29 y 30.
- Tipler, P. A. y Mosca, G. ***Física para la Ciencia y la Tecnología.*** Editorial Reverté, Barcelona (2005), capítulo 28.
- Vitores, A. G. ***Conceptos básicos de Física mediante tests.*** Servicio de Publicaciones de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (2006), capítulo 9.
- Wilson, J. D. y Buffa, A. J. ***Física.*** Pearson Educación Prentice-Hall, México (2003), capítulo 20.

### *Lecturas complementarias.*

- Barra, A. N. *Nikola Tesla*. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1987).
- Cantor, G., Gooding, D. y James, F. A. *Faraday*. Alianza Editorial, Madrid (1994).
- Cheney, M. *Nikola Tesla*. Turner Publicaciones, Madrid (2009).
- Coltman, J. W. *El transformador*. Investigación y Ciencia nº 138. Prensa Científica, S.A., Barcelona (1988), pp. 74-82.
- Díaz-Hellín, J. A. *El gran cambio en la Física. Faraday*. NIVOLA Libros y Ediciones, Madrid (2001).
- Fleming, J. A. *Cincuenta años de electricidad. Memorias de un ingeniero eléctrico*. Edición moderna, de la obra original de 1921, a cargo de Colino, A. y Sánchez, J. M. Editorial Crítica, Barcelona (2007).
- Gamov, G. *Biografía de la Física*. Alianza Editorial, Madrid (1980), capítulo 5.
- García, R. *Michael Faraday*. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1988).
- Gribbin, J. *Historia de la Ciencia 1543-2001*. Editorial Crítica, Barcelona (2003), capítulo 11.
- Guillen, M. *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo*. Editorial Debate, Madrid (1999), capítulo 3.
- Johnson, G. *Los diez experimentos más hermosos de la Ciencia*. Editorial Ariel, Barcelona (2008), capítulo 6.
- Lea, S. M. y Burke, J. R. *Física. La naturaleza de las cosas*. Editorial Paraninfo, Madrid (2001), parte 7, capítulos 30 y 31.
- Pickover, C. A. *De Arquímedes a Hawking*. Editorial Crítica, Madrid (2009), pp. 295-304, pp. 318-327, pp. 352-374 y pp. 375-393.
- Rojo, O. *Joseph Henry*. Colección Los científicos y el Sistema Internacional de unidades. Editorial Limusa, México (1990).
- Sánchez del Río, C. *Los principios de la Física en su evolución histórica*. Editorial Complutense, Madrid (1995), capítulo 6.
- Solís, C. y Sellés, M. *Historia de la Ciencia*. Editorial Espasa Calpe, S.A., Madrid (2005), capítulo 24.
- Udías, A. *Historia de la Física: De Arquímedes a Einstein*. Editorial Síntesis, Madrid (2004), capítulo 11.

## *Videoteca.*

- *“El Universo mecánico”*. California Institute of Technology, Arait Multimedia, Madrid (1992). Vídeos nº 34 “Magnetismo”, nº 35 “Campo magnético” y nº 37 “Inducción electromagnética”.

## *Webgrafía.*

### *Básica.*

- [http://newton.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos.html](http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos.html) Magnífica dirección web del Proyecto Newton elaborado por el Ministerio de Educación como un taller abierto de creación de recursos interactivos para la enseñanza de la Física preuniversitaria. Presenta resúmenes conceptuales, cuestiones de autoevaluación y simulaciones gráficas interactivas de todas las partes de la Física y, en lo que concierne al presente tema, sobre flujo magnético, ley de Faraday y autoinducción.
- <http://portales.educared.net/wikillerato/Fisica> Dentro del conocido Programa Educared —impulsado por la Fundación Telefónica y una serie de organizaciones educativas—, que promueve el uso de Internet en la educación, está el recurso Wikillerato, que presenta diversos contenidos estructurados por asignaturas, entre ellas la Física, cuya sección está moderada por el Catedrático de Física y Química de Enseñanza Secundaria D. Juan Ignacio Valero. En cuanto a la Física, se incluyen contenidos de todos los temas de su programa y, en lo que aquí concierne, incluye una vistosa sección sobre inducción electromagnética, ley de Faraday, autoinducción y transformadores, todo ello con animaciones y textos con voz presentados en forma de atractivas pizarras.
- <http://www.selectividad.profesores.net> Servicio gratuito de recursos en red de Ediciones SM que facilita el acceso a todos los exámenes de Selectividad, con sus enunciados y soluciones, correspondientes a las Pruebas de Acceso a la Universidad desde el año 1998.
- <https://moodle.upm.es/puntodeinicio> Dirección web de la Universidad Politécnica de Madrid elaborada por un grupo de profesores (entre ellos el autor de esta unidad) como apoyo en las materias básicas, entre ellas la Física, a los alumnos de nuevo ingreso. En ella se presentan numerosas cuestiones de autoevaluación (en lo que afecta a este tema, se recomienda al lector realizar las cuestiones de las distintas secciones del bloque de Electromagnetismo, especialmente sobre inducción electromagnética), así como enlaces a otras webs con sugerencias de repaso de los conceptos básicos en esta materia.



### *Avanzada.*

- <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/electromagnet.htm> Magnífica dirección web que pertenece al curso de Física interactiva del profesor Ángel Franco de la EUITI de Eibar. Contiene secciones sobre la ley de Faraday y los conceptos de autoinducción e inducción mutua, así como un interesante applet sobre la generación de corriente alterna a partir de un campo magnético variable con el tiempo.
- <http://www.walter-fendt.de/ph14s/> Página del profesor alemán W. Fendt que, dentro del bloque de Electrodinámica, incluye applets sobre la generación de una corriente alterna a partir de una espira que gira entre los polos de un imán.
- <http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/> En esta dirección, con versión en castellano, el profesor Fu-Kwun Hwang de la National Taiwan Normal University de Taipei ofrece un applet, sencillo pero interesante, con la simulación de un osciloscopio para medir tensiones de corrientes variables con el tiempo.

**© Esta unidad temática ha sido elaborada para el Curso de Física OCW-UPM por el Prof. Dr. Álvaro Gustavo Vitores González, Catedrático de Escuela Universitaria del Departamento de Física Aplicada, de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de la Universidad Politécnica de Madrid (Febrero de 2010).**