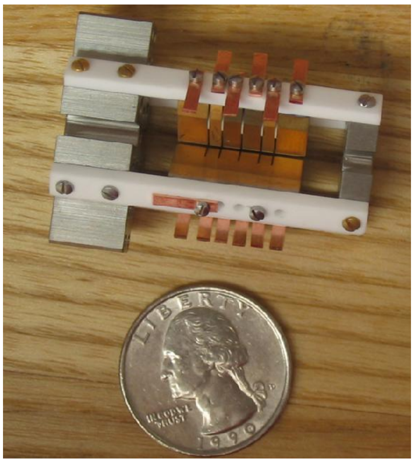
Apoyo para la preparación de los estudios de Ingeniería y Arquitectura

Física (Preparación a la Universidad)



Unidad 2: Sistemas de Unidades

Universidad Politécnica de Madrid

12 de abril de 2010

2.1. Planificación de la Unidad

2.1.1. Objetivos

1. Repasar las magnitudes/unidades fundamentales del Sistema Internacional (SI).
2. Obtener las magnitudes derivadas en función de las fundamentales.
3. Conocer los múltiplos y submúltiplos en el SI.

2.1.2. Actividades

1. Lectura del resumen del tema
2. Realización del cuestionario de la unidad 1 (enlace)
3. Realización de los ejercicios
4. Actividades complementarias
    a) Buscar información sobre unidades en el ámbito de la titulación.
    b) Redactar una pequeña reseña (máximo 1 página).

2.1.3. Bibliografía

1. Libros de primero y segundo de Bachillerato.
2. P.A. Tipler y G. Mosca, Física para Ciencias e Ingeniería", 5^a Edición, Editorial Reverté, 2005.

2.1.4. Enlaces relacionados

1. Proyecto Newton:
    a) Magnitudes: http://newton.cnice.mec.es/1bach/medida/magnitudes.htm
    b) Sistema Internacional de unidades: http://newton.cnice.mec.es/1bach/medida/si.htm
2. Oficina Internacional de Pesos y Medidas, BIPM, París, Sistema Internacional de unidades (en inglés):

    http://www.bipm.org/en/si/

3. Centro Español de Metrología, CEM, Sistema Internacional de Unidades, http://www.cem.es/cem/es_ES/common/pop_externo.jsp?url=../metrologia/SI.pdf

4. National Institute of Standards and Technology, NIST, http://physics.nist.gov/cuu/Units/index.html

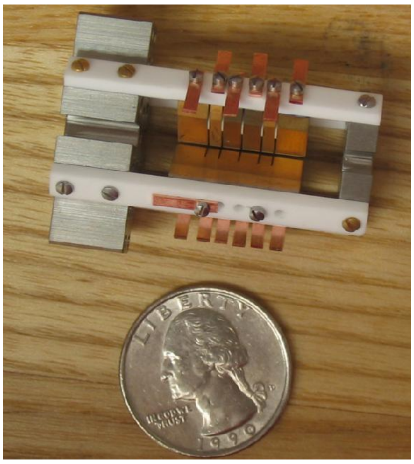


Figura 2.1: Trampa iónica, corazón del reloj de iones de aluminio desarrollado en el NIST, que tiene una precisión de 1 segundo cada 3700 millones de años (Foto: J. Koelemeij/NIST)

2.2. Introducción

Desde la antigüedad, los hombres han buscado la forma de poder comparar las medidas, de modo que no hubiera engaños en el comercio. Los cambistas tenían la misión de comprobar el peso y calidad de las monedas, para poder conocer su valor exacto.

Hoy en día, las medidas deben ser comparables internacionalmente, por esto mismo se ha establecido un sistema internacional de unidades, que permita conocer con la mayor precisión posible las medidas realizadas en cualquier país. Esta misión la llevan a cabo los centros metrológicos, como el Centro Español de Metrología (CEM) o el National Institute of Standards and Technology (NIST) el equivalente de los Estados Unidos de América.

2.3. Sistema Internacional de unidades (SI): magnitudes fundamentales

En el año 1875, diecisiete países firmaron el Convenio del Metro, que creó la oficina internacional de pesas y medidas, conocido por las siglas del francés BIPM.

En el seno de esta organización se creó un sistema de unidades, que conocemos como el Sistema Internacional de unidades o SI en el año 1960. En dicho sistema hay unas magnitudes, cuyas unidades son denominadas fundamentales, porque el resto de las unidades pueden ponerse en función de éstas. Estas unidades se recogen en la tabla 2.1.

2.4. Unidades derivadas

Como hemos mencionado antes, todas las demás unidades se pueden poner en función de las fundamentales. En el sistema internacional se recogen también otras unidades, que se conocen como unidades derivadas. En la tabla 2.2 podemos ver algunas de las magnitudes que pueden ponerse en función de las magnitudes fundamentales.

Tabla 2.1: Magnitudes fundamentales del Sistema Internacional y sus unidades

Magnitud	Unidad	Definición
Longitud	metro (m)	El metro (m) es la longitud que viaja un rayo de luz en el vacío durante un intervalo de 1/299792458 de segundo. La velocidad de la luz se define como: c = 299 792 458 m s^{-1}
Masa	kilogramo (kg)	En 1889 se definió el kilogramo patrón como "la masa de un cilindro de una aleación de platino e iridio que se conserva en el Museo de Pesas y Medidas en París"
Tiempo	segundo (s)	El segundo es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los estados hiperfinos del estado base del átomo de Cesio-133
Intensidad de corriente eléctrica	amperio (A)	El amperio es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de 1 metro uno del otro en el vacío, produciría entre esos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7} newton por metro de longitud.
Temperatura	Kelvin (K)	El kelvin, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
Cantidad de sustancia	mol (mol)	El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que tiene tantas entidades elementales como hay átomos en 0,012 kilogramos de carbono 12; su símbolo es el "mol". Cuando se emplea el mol, las entidades elementales deben ser especificadas y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, y otras partículas o agrupamientos especificados de tales partículas.
Intensidad luminosa	candela (cd)	La candela es la intensidad luminosa en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia 540 $\times$ 10^{12} hercios y cuya intensidad de energía en esa dirección es 1/683 vatios por estereorradián.

Tabla 2.2: Magnitudes derivadas del Sistema Internacional y sus unidades

Magnitud derivada	**Nombre**	**Símbolo**	**Expresión en función de otras unidades SI**	**Expresión en función de otras unidades fund SI**
ángulo	radian	rad	-	$m \cdot m^{-1} = 1$
ángulo sólido	stereorradian	sr	-	$m^2 \cdot m^{-2} = 1$
frecuencia	herzio	Hz	-	s^{-1}
fuerza	newton	N	-	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
presión, tensión	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
energía, trabajo, calor	julio	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
potencia, flujo radiante	vatio	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
carga eléctrica, cantidad de electricidad	culombio	C	-	$s \cdot A$
diferencia de potencial fuerza electromotriz	voltio	V	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
capacidad	faradio	F	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
conducción eléctrica	siemens	S	A/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
flujo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
inducción	henrio	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
temperatura Celsius	grado Celsius	$^\circ C$	-	K
flujo luminoso	lumen	lm	$cd \cdot sr$ [c]	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
luminancia	lux	lx	lm/m^2	$m^2 \cdot m^{-4} \cdot cd = m^{-2} \cdot cd$
actividad radioactiva	becquerel	Bq	-	s^{-1}
dosis equivalente	sievert	Sv	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$

Tabla 2.3: Múltiplos y submúltiplos del Sistema Internacional

Factor	**Nombre**	**Símbolo**	**Factor**	**Nombre**	**Símbolo**
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	milli	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^{6}	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^{3}	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^{2}	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^{1}	deca	da	10^{-24}	yocto	y

2.5. Múltiplos y submúltiplos

Como en muchas ocasiones estas unidades pueden llegar a ser muy pequeñas o muy grandes respecto de la medida de la muestra que tenemos es necesario definir múltiplos y submúltiplos de las mismas. En la tabla 2.3 podemos ver los múltiplos y submúltiplos del sistema internacional.

2.6. Análisis dimensional

Decimos que una ecuación es **homogénea** cuando todos sus miembros tienen las mismas dimensiones físicas. Todas las ecuaciones en Física tienen que ser homogéneas. De esta forma, podemos encontrar la expresión de cualquier magnitud física en términos de las magnitudes fundamentales. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1: Halla la expresión del Newton (N) en función de las unidades fundamentales.

Puesto que:

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

podemos hallar la expresión de la fórmula dimensional de la magnitud fuerza, $[F]$, en función de las magnitudes masa, $[M]$, Longitud, $[L]$ y Tiempo, $[T]$:

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

por lo que:

$$\mathrm{N} = \mathrm{kg\ m\ s}^{-2}$$

Ejemplo 2: Halla la expresión del Culombio (C) en función de las unidades fundamentales.

Puesto que:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

podemos hallar la expresión de la magnitud carga eléctrica, $[Q]$, en función de las magnitudes corriente eléctrica, $[I]$ y Tiempo, $[T]$:

$$[Q] = [I][T]$$

así que

$$\boxed{\mathrm{C} = \mathrm{A\ s}}$$

2.7. Ejercicios resueltos

2.7.1. Obtén la expresión de la magnitud del momento angular $\vec{\mathcal{L}}$ en función de las magnitudes fundamentales del sistema internacional, sabiendo que su variación con el tiempo viene dada por la expresión:

$$\vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{\mathcal{L}}}{dt} \tag{2.1}$$

donde $\vec{r}$ es una distancia y $\vec{F}$ es una fuerza. **Justifica la respuesta**.

SOLUCIÓN:

Partiendo de la ecuación dada y despejando las dimensiones de $\mathcal{L}$, obtenemos:

$$[\mathcal{L}] = [r]\ [F]\ [T] \tag{2.2}$$

Como r y t ya son magnitudes fundamentales, sólo queda escribir F en funcion de las fundamentales. Haciendo uso de la segunda ley de Newton, podemos ver que:

$$[F] = [M]\ [L]\ [T]^{-2} \tag{2.3}$$

Sustituyendo en la ecuación 2.2, obtenemos:

$$\boxed{[\mathcal{L}] = [M]\ [L]^2\ [T]^{-1}} \tag{2.4}$$

2.7.2. Determina las unidades de k_1 y k_2 en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades, para que las siguientes ecuaciones sean homogéneas:

a) $p = k_1\, \rho\, m$

b) $v = \sqrt{k_2\, h}$

donde p es una presión, ρ es una densidad de masa por unidad de volumen, v es una velocidad, y h es una distancia. **Justifica la respuesta**.

SOLUCIÓN:

a) $p = k_1\, \rho\, m$

Para obtener las dimensiones de k_1, despejamos en la ecuación:

$$[k_1] = [p]\ [\rho]^{-1}\ [M]^{-1} \tag{2.5}$$

donde M es ya una dimensión fundamental y hay que convertir p y ρ.

La presión se define como fuerza por unidad de área, por lo que podemos expresarla en función de las magnitudes de la siguiente forma:

$$[p] = [F]\ [L]^{-2} = [M]\ [L]^{-1}\ [T]^{-2} = \text{kg m}^{-1}\ \text{s}^{-2} \tag{2.6}$$

Por su parte, la densidad es una masa por unidad de volumen, por lo que tendremos:

$$[\rho] = [M]\ [L]^{-3} = \text{kg m}^{-3} \tag{2.7}$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.6 y 2.7 en 2.5, obtenemos:

$$\boxed{[k_1] = \text{kg m}^{-1}\ \text{s}^{-2}\ \text{kg}^{-1}\ \text{m}^3\ \text{kg}^{-1} = \text{kg}^{-1}\ \text{m}^2\ \text{s}^{-2}} \tag{2.8}$$

b) $v = \sqrt{k_2\, h}$

Para obtener las unidades de k_2, despejamos en la ecuación dada, elevando al cuadrado ambos términos:

$$\boxed{[k_2] = [v]^2\ [h]^{-1} = \text{m}^2\ \text{s}^{-2}\ \text{m}^{-1} = \text{m s}^{-2}} \tag{2.9}$$

2.7.3. Determina las unidades de k_1 y k_2 en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades, para que las siguientes ecuaciones sean homogéneas:

a) $p = k_1\, \dfrac{N\, T}{\mathcal{V}}$

b) $F\, t = k_2\, (v_1 - v_2)$

donde p es una presión, N es una variable adimensional, T es una temperatura, $\mathcal{V}$ es un volumen, F es una fuerza, y v_1 y v_2 son velocidades. **Justifica la respuesta**.

SOLUCIÓN:

a) $p = k_1 \, \dfrac{N\,T}{\mathcal{V}}$

Para obtener las dimensiones de k_1, despejamos en la ecuación:

$$[k_1] = [p]\ \ [N\ T]^{-1}\ \ [\mathcal{V}] \tag{2.10}$$

donde N es adimensional, T es magnitud fundamental y hay que convertir p y $\mathcal{V}$.

La presión se define como fuerza por unidad de área, por lo que podemos expresarla en función de las magnitudes de la siguiente forma:

$$[p] = [F]\ \ [L]^{-2} = [M]\ \ [L]^{-1}\ \ [T]^{-2} = \mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-2}} \tag{2.11}$$

Por su parte, el volumen es longitud al cubo:

$$[\mathcal{V}] = \mathrm{m}^3 \tag{2.12}$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.11 y 2.12 en 2.10, obtenemos:

$$\boxed{[k_1] = \mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-2}\ K^{-1}\ m^3 = kg\ m^2\ s^{-2}\ K^{-1}}} \tag{2.13}$$

b) $F\ t = k_2\ (v_1 - v_2)$

Para obtener las unidades de k_2, despejamos en la ecuación dada, tomando $v_1 - v_2$:

$$\boxed{[k_2] = [F]\ \ [t]\ \ [v]^{-1} = \mathrm{kg\ m\ s^{-2}\ s\ m^{-1}\ s = kg}} \tag{2.14}$$

2.8. Ejercicios propuestos

2.8.1. Busca en internet algunas de las unidades que no estén en el Sistema Internacional, pero que sean de una gran aplicación en la vida diaria.

2.8.2. A partir de alguna expresión en la que aparezca la correspondiente magnitud, determina en qué unidades fundamentales del Sistema Internacional se expresan las siguientes magnitudes: 1) Momento angular. 2) Aceleración angular. 3) Momento de inercia.

2.8.3. Obtén la expresión de la magnitud de la inducción magnética $\vec{B}$ en función de las magnitudes fundamentales del sistema internacional, sabiendo que la fuerza $\vec{F}$ sobre una partícula cargada con carga q moviéndose con una velocidad $\vec{v}$, viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = q\ \vec{v} \times \vec{B} \tag{2.15}$$

2.8.4. Determina las unidades de k_1 y k_2 en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades, para que las siguientes ecuaciones sean homogéneas:

a)

$$\vec{F} = k_1 \frac{q_1\, q_2}{r_{12}^2}\, \vec{u}_{12} \tag{2.16}$$

b)

$$\vec{r} \times \vec{F} = k_2\, \vec{S} \times \vec{B} \tag{2.17}$$

donde F es una fuerza, q_1 y q_2 son cargas, r_{12} y r son distancias, $\vec{u}_{12}$ es un vector unitario, $\vec{S}$ es el vector superficie y $\vec{B}$ es la inducción magnética.

2.8.5. Un objeto situado en el extremo de una cuerda se mueve siguiendo una circunferencia. Sabiendo que la fuerza ejercida por la cuerda, F, depende de la masa, M del objeto, de su velocidad v y del radio de la circunferencia R, ¿cuál será la expresión de F en función de M, v y R para que las dimensiones sean las correctas? Justifica la respuesta.

2.8.6. La presión, P, sobre un cuerpo sumergido en un fluido a una profundidad h depende de la densidad del fluido, ρ, de la aceleración de la gravedad g y de la profundidad h, ¿cuál será la expresión de P en función de ρ, g y h para que las dimensiones sean las correctas? Justifica la respuesta.

2.8.7. La tensión superficial ocasiona la elevación o descenso, h, de la altura de un líquido por un tubo capilar, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$h = \frac{2\,\sigma}{r\,\rho\,g}\ \cos\alpha \tag{2.18}$$

donde σ es la tensión superficial del líquido, r es el radio del capilar, ρ es la densidad de masa por unidad de volumen del líquido, g es la aceleración de la gravedad y α es el ángulo de contacto entre el líquido y el tubo.

Deduce cuáles serán las unidades de la tensión superficial de la expresión anterior expresadas en **unidades básicas del Sistema Internacional**.