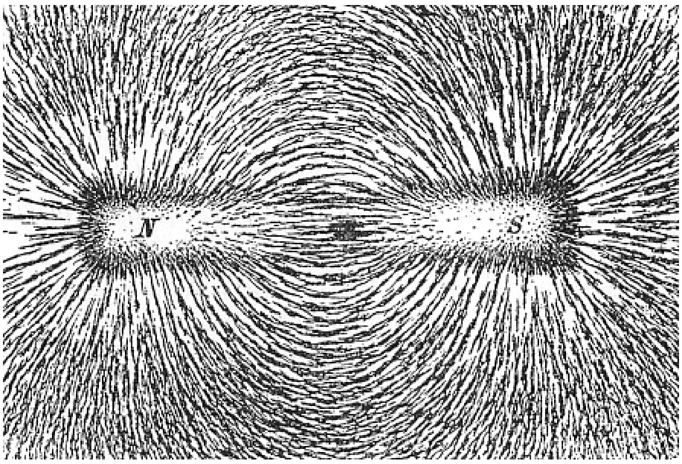
Apoyo para la preparación de los estudios de Ingeniería y Arquitectura

Física (Preparación a la Universidad)



Unidad 20: Campo magnético

Universidad Politécnica de Madrid

13 de mayo de 2010

20.1. Planificación de la unidad

20.1.1. Objetivos

1. Saber calcular la fuerza magnética sobre una carga en movimiento y sobre un elemento de corriente.

2. Comprender las leyes de Biot-Savart y la ley de Ampère y saber aplicarlas para calcular el campo magnético creado por corrientes eléctricas de geometría sencilla.

3. Conocer el comportamiento magnético de distintos materiales.

20.1.2. Actividades

1. Lectura del resumen del tema

2. Realización de los cuestionarios de las unidades de Electromagnetismo.

3. Realización de los ejercicios

4. Actividades complementarias

    a) Buscar información sobre propiedades magnéticas de los imanes y la brújula.

    b) Describir el espectrómetro de masas y el ciclotrón.

    c) Realizar un trabajo sobre el campo magnético terrestre.

20.1.3. Bibliografía

1. Libros de Bachillerato.

2. Tipler P.A., Mosca G. "Física para Ciencias e Ingeniería" 5^a edición.

20.1.4. Enlaces relacionados

1. Guía de recursos educativos en la Red. Física: `http://educasites.net`

2. Proyecto Newton: `http://newton.cnice.mec.es`

3. Plataforma moodle UPM: `https://moodle.upm.es/puntodeinicio`

4. Curso Interactivo de Física en Internet: `http://www.sc.ehu.es`

5. Página de Internet con vídeos de Física: `http://acienciasgalilei.com`

20.2. Nociones fundamentales

El electromagnetismo estudia la relación existente entre los fenómenos eléctricos y magnéticos.

La conexión entre la electricidad y el magnetismo no se conoció hasta el siglo XIX cuando Oersted (1820) descubrió que una corriente eléctrica influye sobre la orientación de la aguja de una brújula. Ampére (1823) y otros demostraron que las corrientes eléctricas atraen trocitos ó limaduras de hierro y que corrientes paralelas se atraen entre sí. En 1846 Michael Faraday y Joseph Henry demostraron que un campo magnético variable produce un campo eléctrico no conservativo y mediante la teoría de Maxwell (1873) se demostró que un campo eléctrico variable produce un campo magnético.

La presencia de corrientes eléctricas o de imanes perturba el espacio a su alrededor originando fuerzas sobre otras corrientes o imanes colocados en dicho espacio. Este espacio perturbado, como lugar de la propiedad de que en él aparecen fuerzas sobre las corrientes, o sobre los imanes se denomina campo magnético.

Como la corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas eléctricas (un imán también se puede considerar constituido por corrientes eléctricas microscópicas), entonces el movimiento de una carga eléctrica es el origen del campo magnético, y la presencia de este campo se acusa por la aparición de una fuerza sobre otra carga que se mueve en el espacio donde existe este campo.

Una carga eléctrica estacionaria crea un campo eléctrico pero si esta carga se mueve produce además un campo magnético.

El campo magnético se representa por una magnitud vectorial $\vec{B}$, vector inducción magnética, que traduce la perturbación del espacio.

20.3. Fuerzas magnéticas

La fuerza que se ejerce sobre una carga eléctrica q, que se mueve con velocidad $\vec{v}$, en un campo magnético $\vec{B}$, es:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{20.1}$$

cuyo módulo es: $F = qvB \operatorname{sen}\theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$

Para conocer la dirección y sentido de estos tres vectores se utiliza la regla de la mano izquierda: El dedo índice $\vec{B}$, el dedo corazón $\vec{v}$, y perpendicular a ellos, el dedo pulgar lleva la dirección de la fuerza $\vec{F}$.

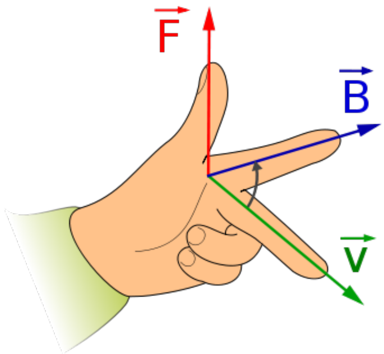


Figura 20.1: Regla de la mano izquierda

Cuando la velocidad $\vec{v}$ es perpendicular al campo magnético $\vec{B}$, el ángulo es de 90° y la fuerza es máxima:

$$F_{\text{máx}} = qvB \Rightarrow B = \frac{F_{\text{máx}}}{qv} \tag{20.2}$$

La inducción magnética $\vec{B}$ en un punto es la fuerza máxima que se ejerce sobre una carga móvil q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$.

Unidades del vector inducción magnética en el S.I.:

$$1\,\text{Tesla}\,(\text{T}) = \frac{1\,\text{N}}{1\,\text{C}\cdot 1\,\text{m/s}}$$

Al ser el Tesla una unidad bastante grande, también se utiliza el Gauss:

$$1\ \text{Gauss}\,(\text{G}) = 10^{-4}\ \text{T}$$

Las líneas de fuerza del vector inducción magnética, $\vec{B}$, permiten visualizar el campo magnético. En cada punto del espacio el vector inducción magnética $\vec{B}$ es tangente a las líneas de inducción y tiene el mismo sentido que estas.

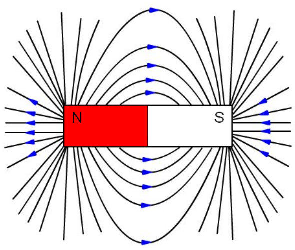


Figura 20.2: Campo magnético de un imán

20.4. Movimiento de una carga con $\vec{v}$ normal a un $\vec{B}$ uniforme

La fuerza magnética, perpendicular a la velocidad, es igual a la fuerza centrípeta que actúa sobre la carga q:

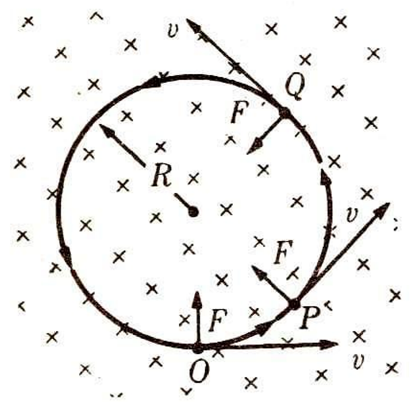


Figura 20.3: Carga con movimiento circular uniforme

$$\vec{F}_m = \vec{F}_{\text{centrípeta}} \Rightarrow qvB = m\,\frac{v_\perp^2}{R} \tag{20.3}$$

La carga realiza un movimiento circular uniforme donde:

$R = \dfrac{m\,v_\perp}{q\,B}$	es el radio de la circunferencia,
$\omega = \dfrac{q\,B}{m}$	es la frecuencia angular y
$T = \dfrac{2\pi\,m}{q\,B}$	es el periodo

Ejemplo 20.1

Un electrón acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V entra perpendicularmente en un campo magnético uniforme $B = 1{,}19\ 10^{-3}$ T. Calcular el radio de su trayectoria y el período.

Solución:

Al aplicar una diferencia de potencial ΔV al electrón, adquiere una energía cinética:

$$q\,\Delta V = \frac{1}{2} m\,v^2 \rightarrow v = 1,87 \cdot 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$
$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{R} \rightarrow R = 0,09\,\mathrm{m} = 9\,\mathrm{cm}$$
$$v = \omega\,R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 2,08 \cdot 10^8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

20.5. Flujo magnético

El flujo magnético ϕ, es el conjunto de líneas de inducción magnética que atraviesan una superficie S. El vector superficie $d\vec{S}$, es perpendicular a la superficie S.

$$d\phi = \vec{B}\,d\vec{S} = B\,dS\cos\theta \tag{20.4}$$

$$\phi = \oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = \oint_S B\,dS\cos\theta \tag{20.5}$$

siendo θ, el ángulo formado por los vectores $\vec{B}$ y $d\vec{S}$.

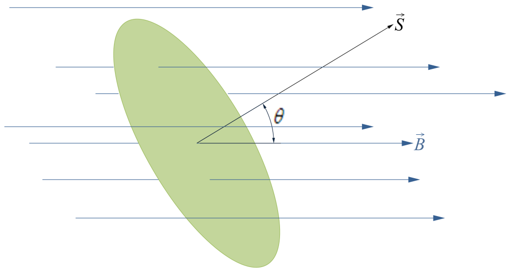


Figura 20.4: Flujo magnético que atraviesa una superficie S

Si $\theta = 0°$ el flujo es máximo

Si $\theta = 90°$ el flujo es mínimo

Las unidades del flujo magnético en el S.I. son:

el Weber	$1\ \text{Wb} = 1\,\text{T}\,\text{m}^2$
el Tesla	$1\ \text{T} = 1\ \text{Wb}\,\text{m}^{-2}$

El Tesla es la intensidad de inducción magnética uniforme que repartida normalmente en una superficie de 1m^2 produce a su través el flujo de un Weber.

20.6. Ley de Laplace

La fuerza que ejerce un campo magnético $\vec{B}$ sobre un elemento de corriente $d\vec{l}$ de un conductor recorrido por una corriente de intensidad I es:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \tag{20.6}$$

$$d\vec{F} = NqS \left| d\vec{l} \right| \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) = NqS \left| \vec{v} \right| \left(d\vec{l} \times \vec{v} \right) = I d\vec{l} \times \vec{B} \tag{20.7}$$

ya que $\vec{v}$ y $d\vec{l}$ llevan la misma dirección.

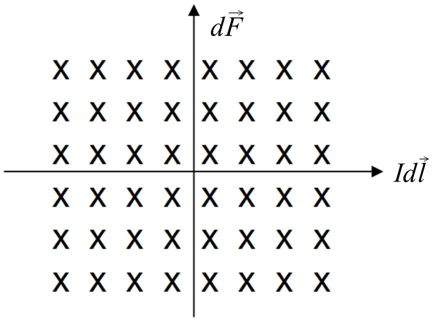


Figura 20.5: Fuerza de un campo $\vec{B}$ sobre un elemento de corriente $Id\vec{l}$

La fuerza magnética sobre la corriente es:

$$\vec{F} = \int_C I\, d\vec{l} \times \vec{B} \tag{20.8}$$

donde C es la curva seguida por el circuito.

En la figura, las aspas ($\times$) indican un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular dirigido hacia el interior, el sentido contrario – saliente – se representa mediante puntos ($\cdot$).

20.7. Acciones del campo magnético sobre un circuito

20.7.1. Par de fuerzas sobre circuitos

Un circuito recorrido por una corriente de intensidad I, colocado en una campo magnético uniforme tiende a girar por la acción del par $\vec{T}$ hasta que el momento magnético del circuito $\vec{m}$ sea paralelo al campo magnético $\vec{B}$.

El momento del par $\vec{T}$ es un vector perpendicular al plano determinado por los vectores momento magnético y campo magnético

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \tag{20.9}$$

donde

$$\vec{m} = I\,\vec{S} \tag{20.10}$$

es el momento magnético de la espira de superficie S, por la que pasa una corriente de intensidad I.

Las unidades del momento magnético son: $\mathrm{A\,m^2}$.

Aplicando la ley de Laplace – ecuación 20.6 – a cada lado de la espira, se calculan las fuerzas que ejerce el campo magnético $\vec{B}$ sobre cada elemento de corriente $I\,d\vec{l}$

Las fuerzas sobre los lados AD y CB, tienen el mismo módulo dirección y sentidos opuestos, por tanto no hay movimiento en dirección vertical.

Las fuerzas sobre los lados DC y BA forman un par de momento $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$, produciendo un movimiento de rotación en la espira hasta que el flujo magnético es máximo, esto ocurre cuando los vectores campo magnético $\vec{B}$ y el momento magnético $\vec{m}$ llevan la misma dirección.

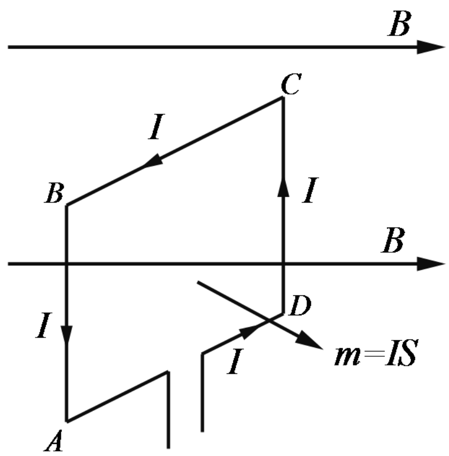


Figura 20.6: Par de fuerzas sobre un circuito

20.7.2. Acción mutua entre conductores paralelos

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos conductores paralelos indefinidos separados una distancia a, viene dada por:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \tag{20.11}$$

La fuerza $\vec{F}$ es atractiva si $\vec{I_1}$ e $\vec{I_2}$ tienen el mismo sentido, y repulsiva si tienen sentidos opuestos.

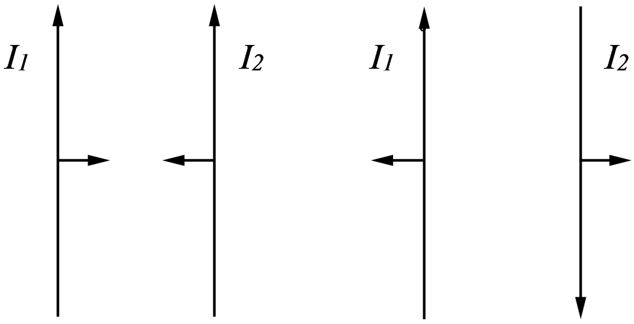
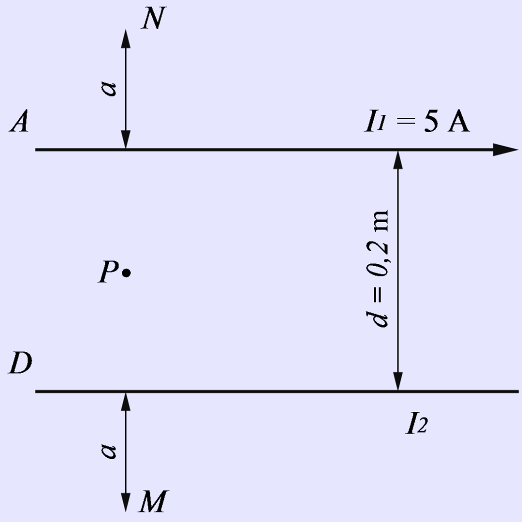


Figura 20.7: Acción entre conductores

Ejemplo 20.2

Dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos A y D, distan entre sí d = 0,2 m. Si por el hilo A pasa una corriente de intensidad I_1= 5 A, determina:



1. el valor y sentido de la corriente que pasa por D, si en el punto M distante a = 0,3 m del conductor D el campo magnético resultante es nulo.
2. el valor del campo magnético en el punto N simétrico del anterior (AN = a = 0,3 m) y en el punto P equidistante de los conductores y en su mismo plano. ($\mu_0 = 4\pi\ 10^7$ Wb A^{-1} m^{-1}).

Solución:

1. El campo B_1 creado por I_1 en el punto M es perpendicular penetrando hacia el interior x. Para que se anule el campo total en el punto M, la corriente I_2, debe tener sentido opuesto a I_1,es decir, sale perpendicularmente $\bullet$

$$\vec{B}_M = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+a)}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

Igualando los módulos $B_1 = B_2$

$$\frac{\mu_0 I_1}{(d+a)} = \frac{I_2}{a} \rightarrow I_2 = 3\,\mathrm{A}$$

2. En el punto N: $\vec{B}_N = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

B_1sale perpendicularmente y B_2 penetra perpendicularmente a x, sus módulos se restan:

$$B_N = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d+a)} = 2,13 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

En el punto P: $\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

B_1 penetra perpendicularmente a x, y B_2 lleva la misma dirección de x, sus módulos se suman:

$$B_p = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d/2} = 16 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

20.8. Ley de Biot y Savart (1820)

El campo magnético creado por un conductor lineal recorrido por una corriente de intensidad I, en un punto P, es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_c \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \tag{20.12}$$

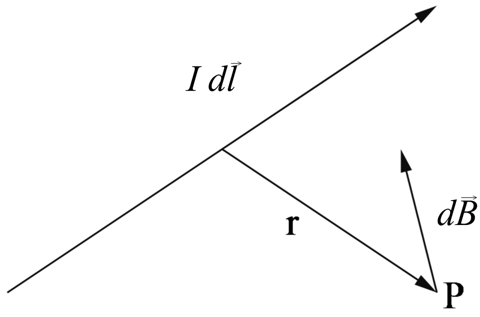


Figura 20.8: Ley de Biot y Savart

20.9. Aplicaciones de la ley de Biot y Savart

20.9.1. Campo magnético creado por un conductor lineal indefinido

El módulo del campo magnético $\vec{B}$ generado por una corriente $\vec{I}$ rectilínea e indefinida, a una distancia r del conductor es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{20.13}$$

Para saber la dirección y sentido del campo magnético $\vec{B}$ se aplica la regla de la mano derecha, colocando el dedo pulgar en la dirección y sentido de la corriente $\vec{I}$.

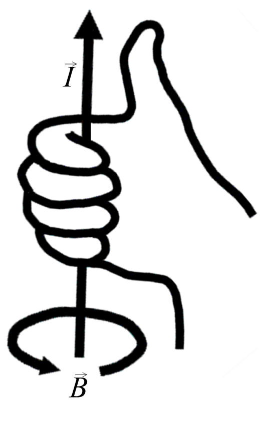


Figura 20.9: Regla de la mano derecha

20.9.2. Campo magnético en el eje de una espira circular de radio R recorrida por una corriente de intensidad I

El módulo del campo magnético $\vec{B}$ generado por una espira circular de radio R en un punto de su eje:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}} \tag{20.14}$$

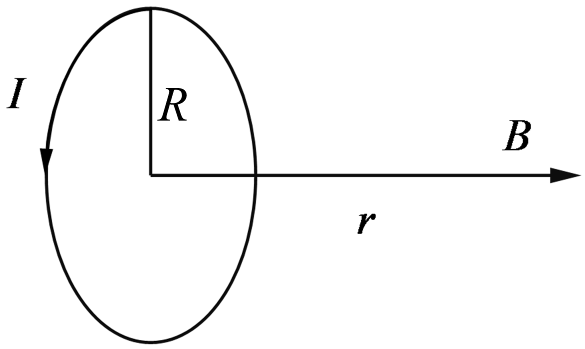


Figura 20.10: Campo magnético en el eje de una espira circular

En el centro de la espira, para $r = 0$, el campo es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

20.10. Ley de Ampère (1823)

“La circulación de la inducción magnética B a lo largo de una línea cerrada es igual a μ_0 veces la intensidad de la corriente que atraviesa una superficie cualquiera limitada por la línea cerrada”.

$$\oint_c \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \tag{20.15}$$

donde I, es la corriente total que atraviesa la curva C

20.11. Aplicaciones de la ley de Ampère

20.11.1. Campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido recorrido por una corriente de intensidad I

Aplicando la ley de Ampère – ecuación 20.15 – y tomando como curva cerrada una circunferencia de radio r, concéntrica con el conductor, el módulo del campo magnético a una distancia r es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

20.11.2. Campo magnético en el interior de un solenoide, suficientemente largo

Un solenoide es un arrollamiento de N espiras recorridas por una corriente de intensidad I. En el interior del solenoide el campo magnético es uniforme y de valor:

$$B = \mu_0 n I \qquad (20.16)$$

donde $n = N/l$ es el n° de espiras por unidad de longitud.

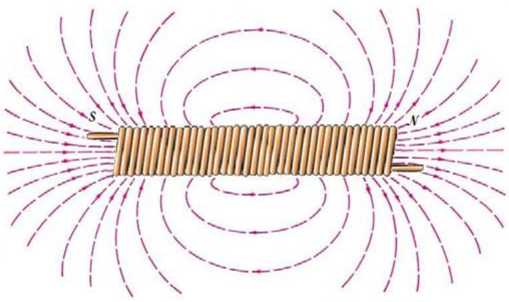


Figura 20.11: Campo magnético en el interior de un solenoide

20.12. Magnetismo en medios materiales

20.12.1. Vector imanación, $\vec{M}$

Es el número de dipolos magnéticos por unidad de volumen

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{m}}{\Delta V} \tag{20.17}$$

donde $\vec{m}$ – ecuación 20.10 – es el momento magnético microscópico de corrientes electrónicas.

Las unidades del vector imanación son: $\mathrm{A\,m^{-1}}$

Se define también a partir de

$$\oint_C \vec{M} d\vec{l} = I_m \tag{20.18}$$

donde I_m es la intensidad de Ampère o intensidad molecular de superficie en el material.

20.12.2. Ley de Ampere generalizada

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I_m) \tag{20.19}$$

- **Campo magnético $\vec{H}$ "excitación magnética" o "intensidad magnética":**

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

- **Ley de Ampère para $\vec{H}$:** $\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I$
  $\vec{H}$: sólo depende de las corrientes verdaderas que fluyen por los conductores
- **Susceptibilidad magnética, χ_m:**
  Dado un material magnético lineal, $\vec{M}$ y $\vec{H}$ son proporcionales $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$
- **Permeabilidad magnética , μ:**

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

  donde:

μ_0	es la permeabilidad del vacío,
$\mu_r = (1 + \chi_m)$	es la permeabilidad relativa y
$\mu = \mu_r \mu_0$	es la permeabilidad magnética del medio.

20.12.3. Tipos de material

Los materiales magnéticos se clasifican en:

- **Diamagnéticos:** $\chi_m < 0$; $\mu_r < 1$; $\mu < \mu_0$
- **Paramagnéticos:** $\chi_m > 0$; $\mu_r > 1$; $\mu > \mu_0$
- **Ferromagnéticos:** $\mu >>> \mu_0$ χ_m : valores muy grandes $\mu_r >>> 1$