

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

E.T.S. de Ingenieros Agrónomos

Dpto. Física y Mecánica

# Máquinas y Mecanismos: Análisis topológico

Elvira Martínez Ramírez



***Mecanismo** es la combinación de cuerpos resistentes conectados por articulaciones móviles para formar una cadena cinemática cerrada con un eslabón fijo, cuyo propósito es transformar el movimiento*

***Mecanismo** es un sistema mecánico formado por distintos elementos rígidos flexibles unidos entre sí imperfectamente, de modo que existe la posibilidad de movimiento relativo entre ellos*



*Una **máquina** difiere de un mecanismo en su propósito: Los efectos predominantes en una máquina se describen mediante la fuerza, el momento de torsión, el trabajo y la potencia; en un mecanismo, el concepto predominante es lograr un movimiento deseado*



**Las similitudes entre máquinas y mecanismos** son: ambos son combinaciones de cuerpos rígidos. El movimiento relativo entre los cuerpos rígidos está limitado.

**La diferencia entre una máquina y un mecanismo** es que la máquina transforma energía para realizar un trabajo mientras que los mecanismos no necesariamente cumplen esta función. En general, una máquina está compuesta de varios mecanismos.



Es el número de parámetros independientes necesarios para definir unívocamente su posición en el espacio en cada instante de tiempo.

Si un punto sólo se puede mover en un plano necesita dos parámetros  $(x,y)$  para quedar perfectamente definida.



*La posición de una barra en un plano queda definida mediante tres parámetros (dos corresponden a la posición de un punto cualquiera y un tercero corresponde al ángulo que forma con el eje de abscisas).*

*Se requieren tres parámetros para fijar las coordenadas en el espacio de un punto y otras tres para especificar el ángulo que forma la dirección de la barras con las direcciones de los ejes coordenados)*



## Notación. Estructura, cinemática y cinética

Una **estructura** es una combinación de piezas de material resistente capaz de soportar cargas o transmitir fuerzas pero que no tiene movimiento relativo en sus partes.

**Cinemática** es el estudio del movimiento independientemente de las fuerzas que lo producen. De manera mas específica, la cinemática es el estudio de la posición, el desplazamiento, la rotación, la velocidad y la aceleración.

**Cinética** es el estudio de las fuerzas que originan el movimiento



Con los conceptos anteriores y para reforzar el concepto de mecanismo resulta útil mencionar una análoga directa entre los términos estructura, mecanismo y máquina: **El término estructura es a la estática lo que el término mecanismo es a la cinemática y el término máquina es a la cinética.**



## Notación. Eslabón

*Un **elemento o eslabón** es cada una de las piezas de una máquina o cada componente de un mecanismo. Por lo general se suponen rígidos: Pistón, biela, rodamiento, rótula*

*Si no tienen rigidez no tiene efecto en la cinemática del sistema (se suele ignorar durante el estudio cinemático y no se suele denominar eslabón)*

*La rigidez indica que no puede haber movimiento relativo entre dos puntos arbitrariamente seleccionados de un mismo eslabón.*

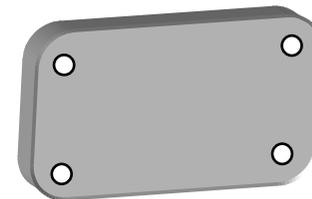
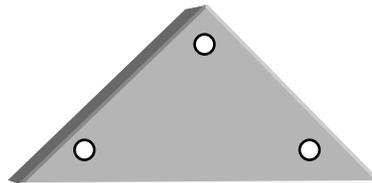
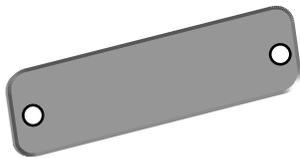


## Notación. Eslabón

*Un **elemento o eslabón** es cada una de las piezas de una máquina o cada componente de un mecanismo. Por lo general se suponen rígidos: Pistón, biela, rodamiento, rótula*

*Si no tienen rigidez no tiene efecto en la cinemática del sistema (se suele ignorar durante el estudio cinemático y no se suele denominar eslabón)*

*Dependiendo del número de elementos de enlace se denominan binarios (a), ternarios (b) o cuaternarios (c)*

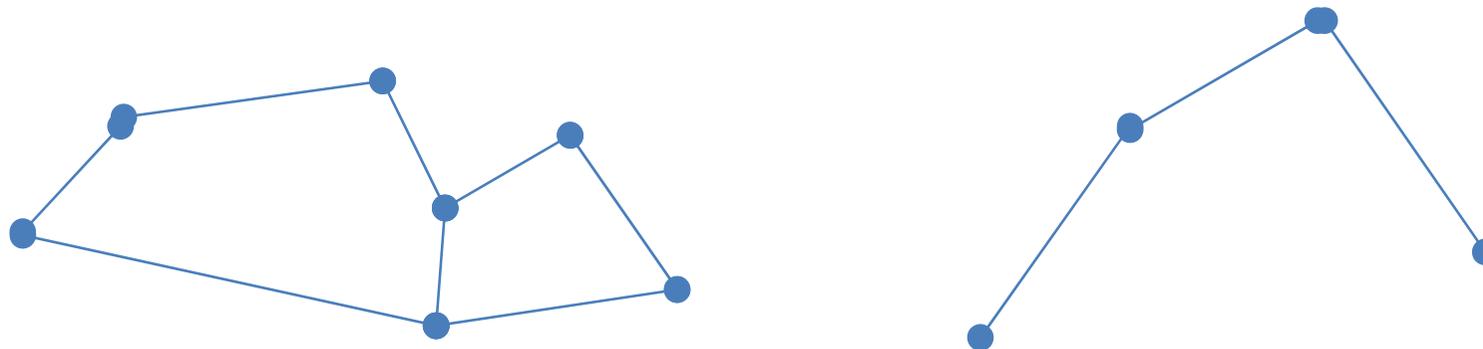




## Notación. Cadena cinemática

*Cuando varios eslabones están conectados móvilmente por medio de articulaciones, se dice que constituyen una cadena cinemática.*

*Si cada eslabón de la cadena se conecta por lo menos con otros dos, ésta forma uno o más circuitos cerrados y en tal caso recibe el nombre de cadena cinemática cerrada.*





## Notación. Par cinemático

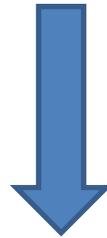
*Para que un mecanismo sea útil, los movimientos entre los eslabones no pueden ser completamente arbitrarios, estos también deben restringirse para producir los movimientos relativos adecuados.*

*La parte de dos eslabones que hacen contacto se conoce como un par de elementos o **par cinemático**.*



## Notación. Par cinemático

*Par cinemático: Enlace entre dos miembros de un mecanismo causado por el contacto directo entre ellos; es cada una de las conexiones o articulaciones entre eslabones.*



*Un eslabón es una conexión rígida entre dos o más eslabones de diferentes pares cinemáticos*

*Los eslabones transmiten el movimiento del impulsor (o eslabón de entrada) al seguidor (o eslabón de salida)*



## Notación. Par cinemático

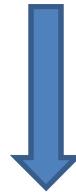
*Una vez designado el marco de referencia, **la cadena cinemática se convierte en mecanismo** y conforme se mueve el impulsor por las distintas fases, todos los eslabones desarrollan movimientos definidos en el marco de referencia elegido.*

***Cadena cinemática** se utiliza para especificar una disposición particular de eslabones y pares cinemáticos, cuando no se ha especificado que eslabón se utiliza como marco de referencia.*



## Notación. Cadena cinemática

*La **cadena cinemática** está constituida por un conjunto de eslabones unidos mediante pares cinemáticos que permite movimientos relativos pero ninguno de los eslabones está fijo.*



*Un **mecanismo** es una cadena cinemática en la que hemos fijado uno de los eslabones (si un eslabón está fijo, se elige como marco de referencia para todos los demás eslabones y los movimientos de todos los demás se miden respecto a este en particular)*



## Clasificación de las cadenas cinemáticas

**Cerradas:** Cada eslabón se conecta al menos a otros dos; la cadena forma uno o más circuitos cerrados (cuadrilátero articulado)

**Abiertas:** Al menos un eslabón tiene sólo un par (extremidades, robot)



1. **Un mecanismo plano** es aquel en el que todos sus eslabones describen curvas en un solo plano o en planos paralelos. El movimiento plano puede ser de traslación, de rotación o combinación de ambos. La mayoría de los mecanismos son del tipo plano.



2. **Un mecanismo esférico** es aquel en el que cada eslabón tiene algún punto que se mantiene estacionario y otro que describe un movimiento esférico. Eslabonamientos esféricos son aquellos mecanismos esféricos que se componen de pares de revoluta.



**3.Los mecanismos espaciales** son aquellos que no incluyen restricción alguna en los movimientos relativos de sus eslabones. Un ejemplo de mecanismo espacial es cualquier mecanismo que comprenda un par de tornillo puesto que el movimiento relativo dentro del par de tornillo es helicoidal.



## Clasificación de los mecanismos en base a la continuidad del movimiento

- 1. Movimiento continuo:** *no realiza paradas a lo largo del ciclo cinemático. Ejemplo de movimiento continuo es el que realiza la manivela en un mecanismo de 4 barras (el eslabón 2 de dicho mecanismo) o la manivela de un mecanismo de biela-manivela.*
- 2. Movimiento intermitente:** *durante el ciclo, uno de los eslabones realiza una o más paradas sin cambia el sentido de su movimiento. Ejemplo la cruz de malta.*
- 3. Movimiento alternativo:** *durante el ciclo un eslabón se detiene e invierte el sentido de su movimiento. Ejemplo el pistón del mecanismo de biela-manivela.*



## Movilidad de un mecanismo

*Movilidad de una cadena cinemática es el número de parámetros que hay que fijar para que quede perfectamente determinada la posición de dicha cadena.*

*La movilidad de un cuadrilátero articulado plano es  $m=4$  ya que se necesitan 3 parámetros para fijar el elemento y otro para definir el cuadrilátero*

*El número de grados de libertad de un mecanismo o la **movilidad del mecanismo** es el número de grados de libertad que hay que fijar para determinar la posición de dicho mecanismo*



## Movilidad de un mecanismo

*Para determinar la **movilidad de un mecanismo** se determina mediante el recuento del número de eslabones y el número y tipo de pares cinemáticos.*

*Un mecanismo plano de  $n$  eslabones posee  $3(n-1)$  grados de libertad antes de conectar cualquier de los pares o articulaciones. Al conectar un par con un grado de libertad, se introducen dos restricciones entre los eslabones conectados. Si se conecta a un par con 2 grados de libertad, se está introduciendo una restricción*



## Movilidad de un mecanismo. Criterio de Kutzbach

El Criterio de *Kutzbach establece que* "La movilidad  $m$  de un mecanismo plano que contiene  $n$  eslabones con  $p_I$  pares de clase I, y  $p_{II}$  eslabones de clase II es

$$m=3(n-1)-2p_I-p_{II}$$

En general, el *número de articulaciones a considerar es igual al número de eslabones conectados por el perno menos uno*. Este resultado puede comprobarse obteniendo los grados de libertad que restringe un perno que conecta a tres o cuatro eslabones que se encuentran libres en el plano.



## Movilidad de un mecanismo. Criterio de Kutzbach

*Si  $m > 0$  el mecanismo posee  $m$  grados de libertad*

*Si  $m = 1$  el mecanismo se puede impulsar con un solo movimiento de entrada*

*Si  $m = 2$  se necesitan dos movimientos de entrada para producir un movimiento específico del mecanismo*

*Si  $m = 0$ , el movimiento es imposible y el mecanismo forma una estructura*

*Si  $m < 0$ , el movimiento es imposible, hay restricciones redundantes en la cadena y es una estructura estáticamente indeterminada*



## Criterio de Grubler

*Se aplica únicamente a mecanismos con articulaciones de un solo grado de libertad en los cuales  $m = 1$ .*

*Al substituir  $j_2 = 0$  y  $m = 1$  en la ecuación de Kutzbach se encuentra el criterio de Grübler para mecanismos planos con movimiento restringido*

$$3n - 2j_1 - 4 = 0$$

*El criterio de Grübler permite ver que un mecanismo con  $m = 1$  que usa solo articulaciones de un grado de libertad no puede tener un número impar de eslabones.*

$$m = 3(n - 1) - 2j_1 - j_2$$



## Mecanismos con un grado de libertad

*Cuando el número de grados de libertad es positivo, nos encontramos con un mecanismo en el que los eslabones tienen movimiento relativo entre sí*

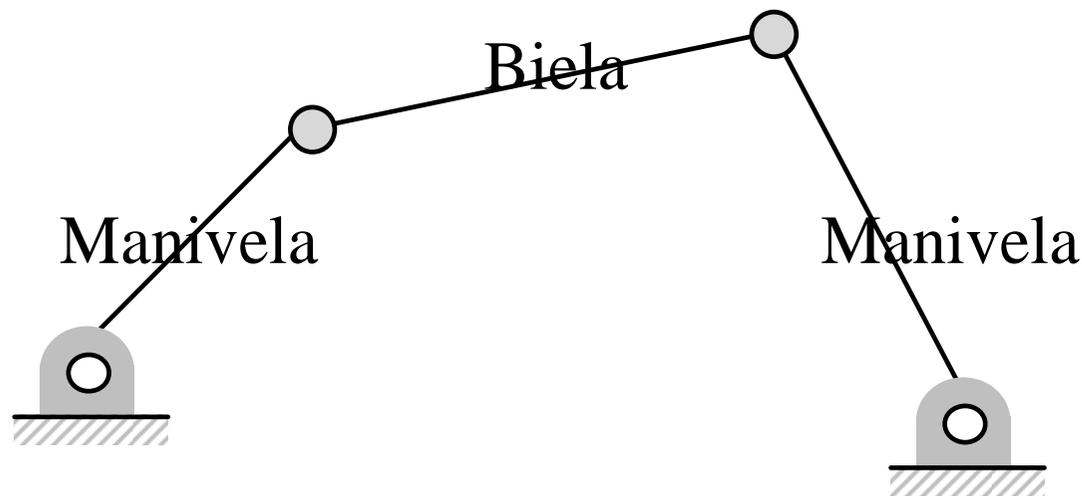
*Si además el número de grado de libertad es 1, se puede conocer el movimiento de cada uno los eslabones si se conoce el movimiento de uno de ellos.*

*Por ello, este tipo de mecanismo es de gran utilidad, ya que para controlarlo basta con gobernar el movimiento de uno de los eslabones.*



## Mecanismos con un grado de libertad. Cuadrilátero articulado

*El mecanismo formado por cuatro eslabones, uno de ellos tierra, tiene un grado de libertad; es común en un cuadrilátero articulado, designar a los eslabones contiguos a tierra manivelas de entrada y salida y al eslabón intermedio biela.*



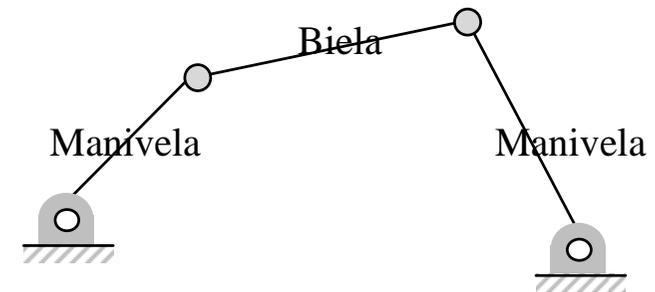


*Mecanismos con un grado de libertad. Cuadrilátero articulado*

*Permite transformar un movimiento de rotación en un movimiento de traslación más rotación en la biela.*

*En el cuadrilátero articulado se pueden producir movimientos de balancín, lo que implica la existencia de puntos singulares, por ejemplo cuando una manivela alcanza el ángulo máximo o mínimo en el movimiento de vaivén.*

*Como el cuadrilátero tiene un grado de libertad y además hemos fijado una de las manivelas, en un instante todo el mecanismo permanece parado y tenemos un punto muerto.*





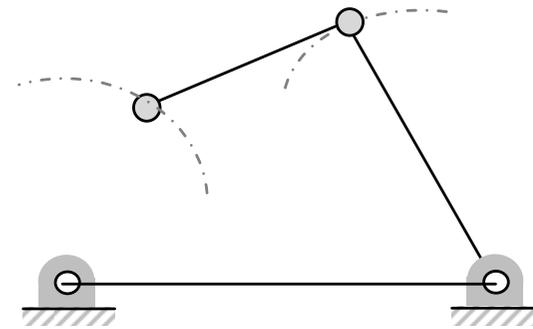
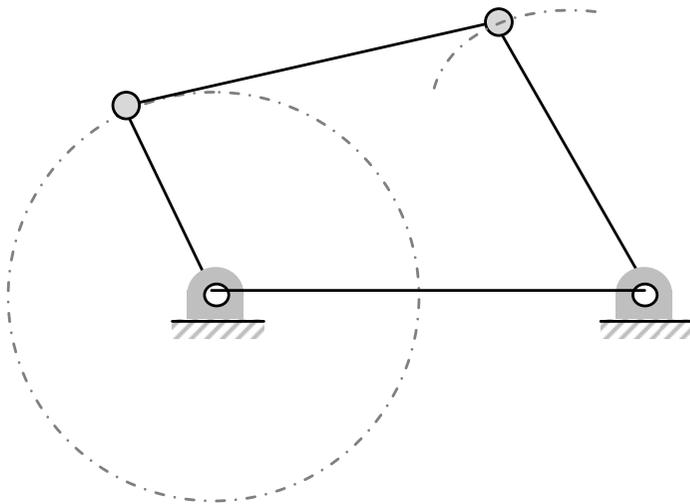
## Mecanismos con un grado de libertad. Cuadrilátero articulado

*Para el cálculo de los puntos de ángulo máximo y mínimo de los eslabones balancín, se dibujan las circunferencias que pasan por los ejes de las manivelas y balancines, siendo los radios la suma y resta de las longitudes de la biela con las de la manivela y balancín correspondientes.*



## Mecanismos con un grado de libertad. Cuadrilátero articulado

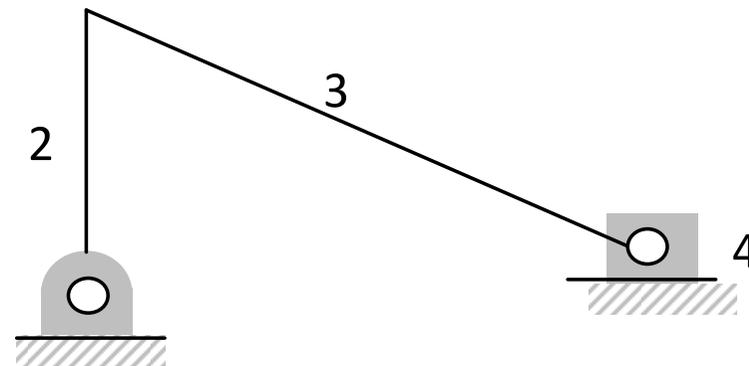
*En la figura se muestran dos posiciones de punto muerto en un mecanismo articulado de cuatro eslabones (manivela-balancín y doble balancín)*





## Mecanismos con un grado de libertad. Biela-manivela

*El mecanismo de biela-manivela consta de 4 eslabones unidos por 4 pares con un único grado de libertad, y no existen pares con dos grados de libertad.*



*De acuerdo con la expresión de Kuzbach, se comprueba que el número de grados de libertad de este mecanismo es 1 ya que*

$$m = 3(n - 1) - 2j_1 - j_2 = 3(4 - 1) - 2 \cdot 4 = 1$$



## Inversión cinemática

*Mientras no se selecciona un eslabón de referencia, un conjunto de eslabones conectados se conoce como cadena cinemática. El proceso de elegir como referencia diferentes eslabones de una cadena recibe el nombre de **inversión cinemática**.*

*Cuando se eligen diferentes eslabones como eslabón fijo o referencia para una cadena cinemática dada, los movimientos relativos entre los diferentes eslabones no se alteran, sin embargo, sus movimientos absolutos con respecto al eslabón fijo pueden cambiar drásticamente.*

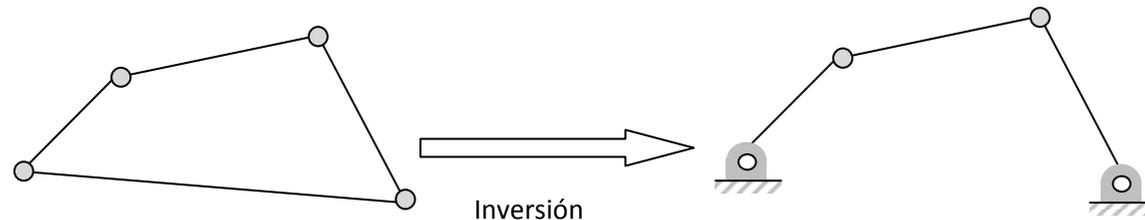
***Restricción o enlace:** condición que se impone a la configuración o al movimiento del mecanismo*



## Inversión cinemática

*En una cadena cinemática de  $n$  eslabones, si se escoge cada uno de ellos sucesivamente como referencia, se tienen  $n$  inversiones cinemáticas distintas de la cadena lo que da lugar a tener  $n$  mecanismos diferentes. Inversiones de una cadena cinemática es el número de mecanismos distintos a los que da lugar. Dos mecanismos son distintos si no son topológicamente, no dimensionalmente.*

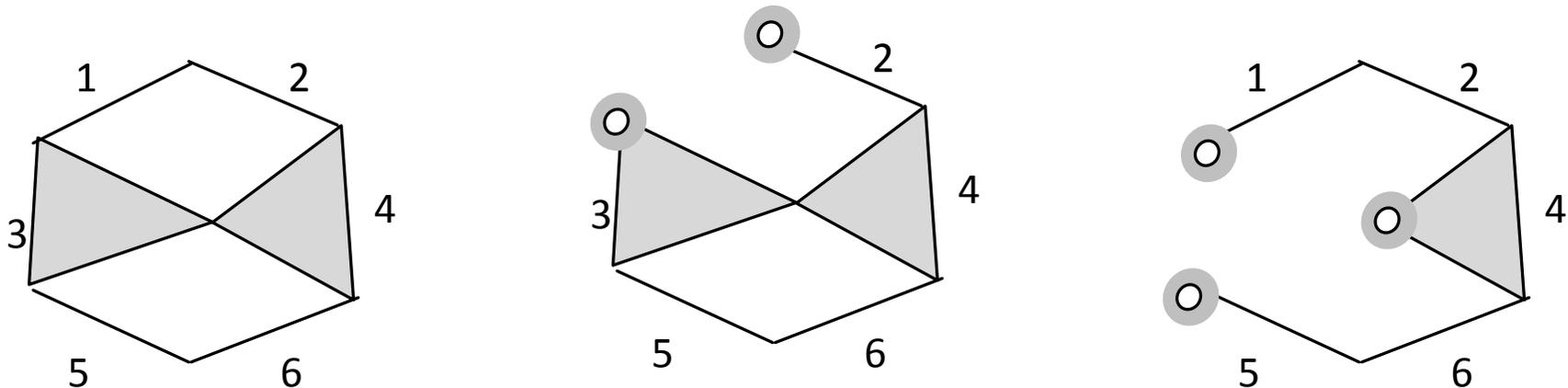
*La cadena de 4 barras tiene una única inversión que se denomina cuadrilátero articulado.*





## Inversión cinemática

*La cadena de Watt tiene dos inversiones: la primera se obtiene fijando los elementos 1 y 2 ( o 5 y 6) y la segunda se obtiene fijando el elemento 3 (o el 4), como se muestra en la*





## Criterio de Grashof. Cuadrilátero articulado

*Ley de Grashof : Para un eslabonamiento plano de cuatro barras, la suma de las longitudes más corta y más larga de los eslabones no puede ser mayor que la suma de las longitudes de los dos eslabones restantes, si se desea que exista una rotación relativa continua entre dos elementos.*

*Los mecanismos de 4 barras se pueden clasificar en dos categorías, atendiendo a si alguno de sus eslabones realiza una revolución completa:*

*Clase I. Al menos una barra realiza una rotación completa (manivela)*

*Clase II. Ninguna barra realiza una rotación completa (balancín).*



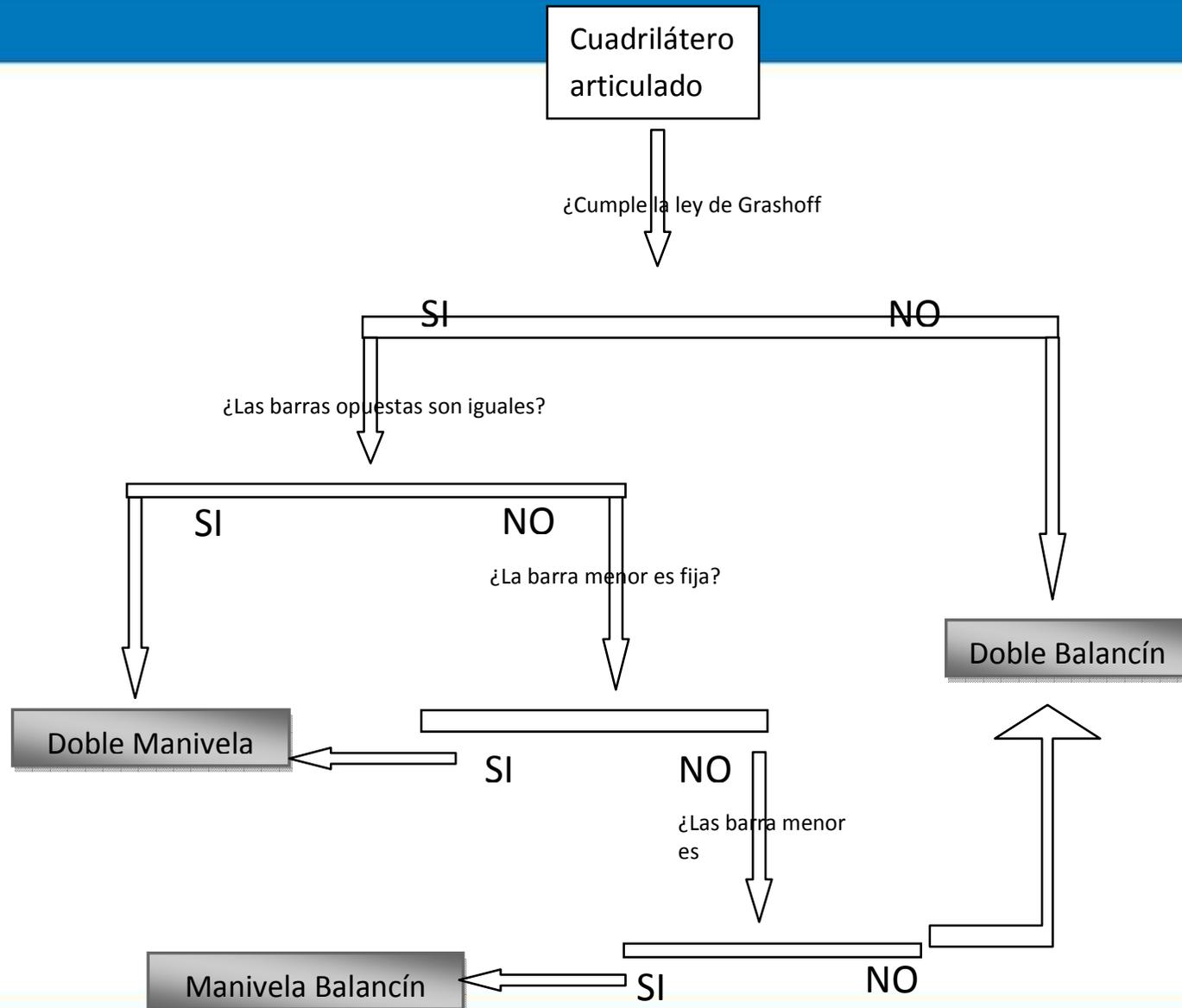
## Criterio de Grashof. Cuadrilátero articulado

*El criterio de Grashof permite establecer previamente que tipo de movimiento tendrá un cuadrilátero articulado según las dimensiones de sus lados.*

*Denominando  $s$  (longitud del lado más corto),  $l$  (longitud del lado más largo),  $p, q$  (longitud de los lados restantes)*

*Si  $s+l \leq p+q$  el eslabón más pequeño tiene un giro continuo*

*Si  $s+l > p+q$ , no existe ningún eslabón que gire una vuelta completa con relación a otro*

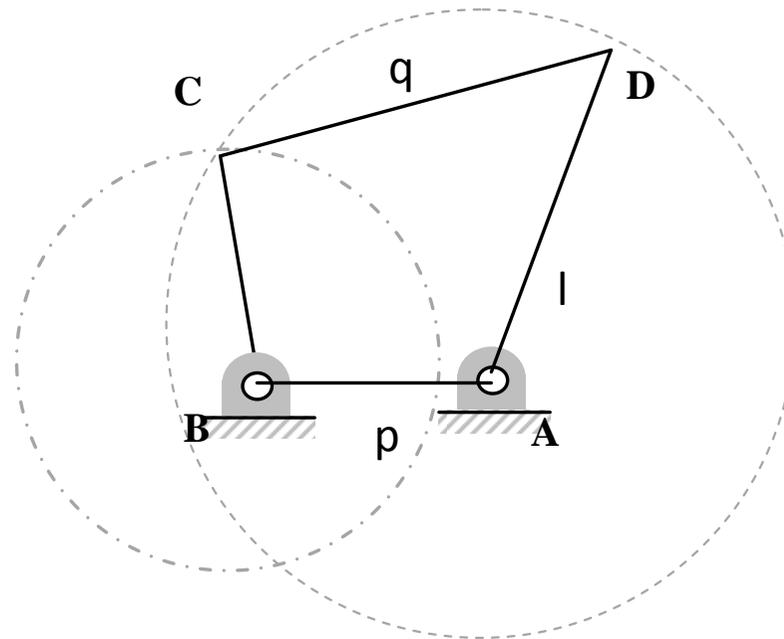




## Configuraciones de Grashoff de un cuadrilátero articulado

### 1. Doble Manivela Manivela-biela-manivela

AB es la barra menor fija o soporte y CD la barra mayor



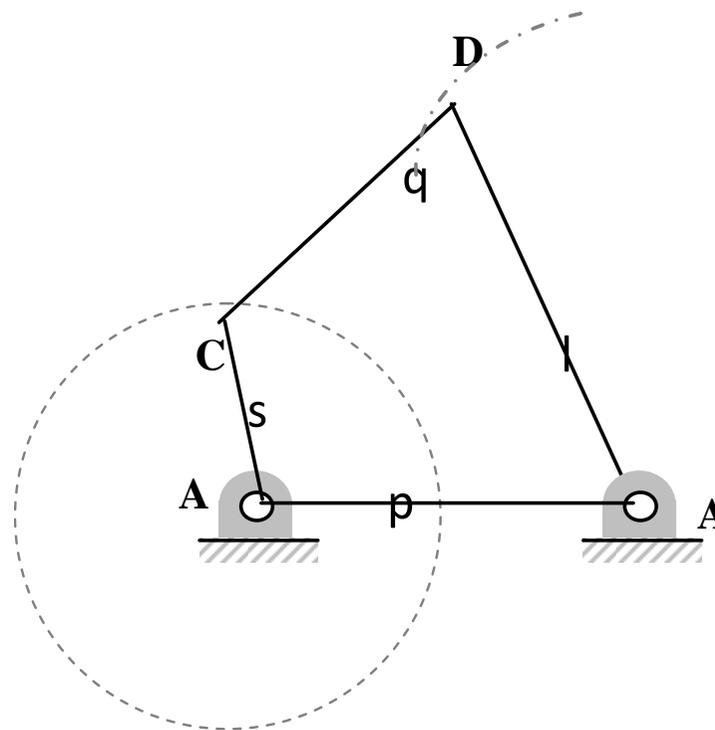


## Configuraciones de Grashoff de un cuadrilátero articulado

### **2. Manivela-balancín**

*Manivela-biela-balancín*

*BC es la barra menor, CD la barra mayor, AB fija o soporte*



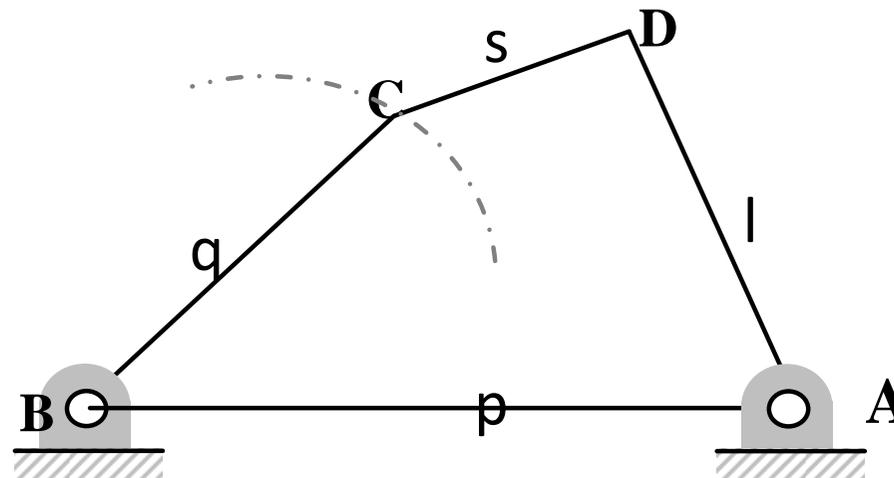


## Configuraciones de Grashoff de un cuadrilátero articulado

### **3. Doble balancín**

*Balancín-biela-balancín*

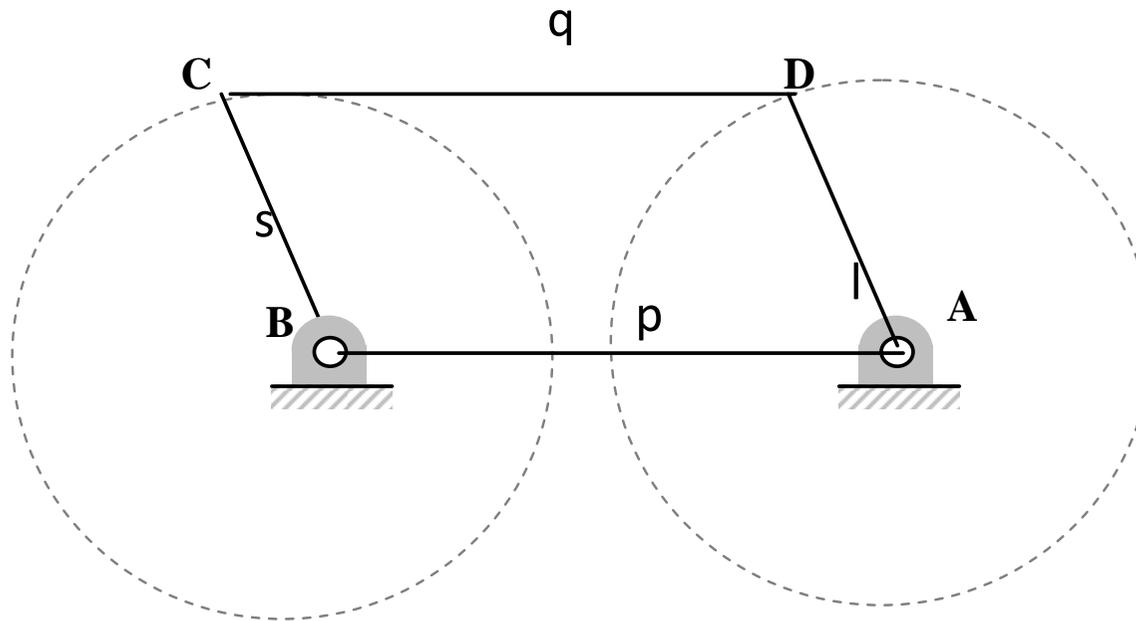
*CD es la barra menor, AB la barra mayor y AB fija o soporte*





Configuraciones de Grashoff de un cuadrilátero articulado

**4. Paralelogramo articulado**  
*BC y AD tienen el mismo sentido de giro*





## ***5. Antiparalelogramo articulado***

BC y AD tienen sentidos de giro opuestos

