1.6. DINÁMICA DEL PUNTO MATERIAL

Hemos visto anteriormente que la Cinemática estudia los movimientos, pero sin atender a las causas que los producen. Pues bien, la Dinámica es la parte de la Física que estudia los movimientos y sus leyes en relación con las causas que los originan, o dicho de otra manera, estudia las fuerzas en relación con los movimientos que producen.

En este apartado vamos a hacer un breve repaso de la Dinámica del punto material**.** Como ya hemos visto, un punto material es un punto geométrico con masa y que no presenta rotaciones ni deformaciones siendo lo único que se puede observar en él la posición que ocupa en un instante determinado, así como sus cambios de posición con respecto a un sistema de referencia. Ya hemos visto que un punto material es un cuerpo cuyo tamaño puede ignorarse al estudiar su movimiento. Este hecho está relacionado con la longitud del camino que sigue y no con que el cuerpo sea grande o pequeño.

1.6.1. PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

La Dinámica del punto material se fundamenta en tres principios que, aunque intuidos inicialmente por Galileo (quién demostró en una serie de experiencias llevadas a cabo en la torre inclinada de Pisa que todos los cuerpos, sea cual sea su peso, caen con una misma velocidad salvo pequeñas diferencias atribuibles a la resistencia del aire), fueron enunciados por Newton en el años 1687 en su célebre obra ***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***, probablemente el libro más famoso de la historia de la Física. Todos estos principios o leyes han sido plenamente confirmados por la experiencia:

a) ***Primera ley de Newton:*** *"Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un punto material es nula, el punto material permanece en reposo o tiene un movimiento rectilíneo y uniforme"*

Si a un cuerpo no se le aplica alguna fuerza, si está en reposo, permanecerá quieto, y si su movimiento es rectilíneo y uniforme seguirá animado del mismo tipo de movimiento siendo necesario para modificarlo, aplicarle una fuerza adecuada, pues si no, continuará con aquel movimiento indefinidamente. En resumen, la materia ofrece una cierta ***inercia*** o resistencia a los cambios de movimiento, de ahí que esta primera ley de Newton se conozca con el nombre de ***principio de inercia.*** Demostrar experimentalmente la segunda parte de la ley es complicado debido a la existencia de las ***fuerzas de rozamiento*** que también estudiaremos en este apartado.

b) ***Segunda ley de Newton:*** *"Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un punto material no es nula, el punto material experimenta una aceleración proporcional a la resultante de las fuerzas y en su misma dirección y sentido e inversamente proporcional a una característica del cuerpo denominada masa inerte."* Matemáticamente esto se expresa:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}$$

c) ***Tercera ley de Newton:*** *"Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza* ***(acción)****, éste reacciona contra el primero con una fuerza igual, de la misma dirección y de sentido contrario* ***(reacción)****."*

Este principio nos lleva a tener que considerar siempre las fuerzas por parejas. Una fuerza aislada no puede existir. A primera vista parece que estas dos fuerzas deberían anularse, por ser iguales en valor y dirección y además opuestas, sin embargo, no es así ya que ambas no actúan sobre un mismo cuerpo, sino sobre cuerpos diferentes, en los cuales producen aceleraciones inversamente proporcionales a sus masas respectivas. Así, podemos asegurar que del mismo modo que la Tierra atrae a un cuerpo, el cuerpo atrae a la Tierra. Si ésta no se mueve hacia el cuerpo es porque, dada su enorme masa, la aceleración producida en ella es despreciable. Cuando saltas de una lancha a tierra lanzas la lancha hacia atrás y la lancha te empuja hacia delante.

Limitaciones y campo de validez de la Mecánica Newtoniana: la ***Mecánica de Newton,*** conocida en la actualidad con el nombre de ***Mecánica Clásica,*** presenta dos límites a su campo de aplicabilidad. Para poder aceptar la Mecánica Clásica como válida es preciso que:

a) La velocidad de las partículas sea pequeña, en comparación con la velocidad de la luz. En el caso de que las velocidades sean muy grandes, próximas a la velocidad de la luz, la Mecánica Clásica se ha de sustituir por la ***Mecánica Relativista.***

b) Las partículas a las que se la aplica la Mecánica de Newton no sean de tamaño atómico , pues en el caso de fenómenos a pequeña escala (tales como los que tienen lugar en el campo de la Física Atómica y Nuclear) es preciso utilizar la ***Mecánica Cuántica.***

Consideremos un punto material *P* de masa *m* sometido a una fuerza resultante $\vec{F}$, si se refiere el movimiento del punto a tres ejes coordenados según la Segunda Ley de Newton debe verificarse:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow (F_x, F_y, F_z) = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}\right) \Rightarrow \begin{array}{l} F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{array}$$

estas son las tres ecuaciones diferenciales de segundo orden son las ***ecuaciones de movimiento*** del punto material.

En Dinámica del punto material aparecen principalmente dos tipos de problemas:

1) Determinar la fuerza a la que se encuentra sometido un punto material cuyo vector de posición se conoce.
2) Determinar el movimiento de un punto, esto es, su posición conociendo el valor de la fuerza aplicada.

Ejemplos:

1. Movimiento en el campo gravitatorio

2. Fuerzas de rozamiento y planos inclinados

Fuerzas de rozamiento. Fuerza de rozamiento es toda fuerza opuesta al movimiento, la cual se manifiesta en la superficie de contacto de dos sólidos, siempre que uno de ellos se mueva o tienda a moverse sobre el otro.

La fuerza de rozamiento siempre actúa en sentido contrario al movimiento del cuerpo que desliza. La fuerza de rozamiento es proporcional a la reacción normal del plano sobre el que se desliza el cuerpo:

$$F_{rozamiento} = \mu N$$

siendo μ un coeficiente adimensional de proporcionalidad característico de las superficies en contacto y denominado ***coeficiente de rozamiento.***

.

3. Tensiones en hilos y poleas

Los hilos y cuerdas solo sirven para transmitir fuerzas de un cuerpo a otro y las poleas fijas se utilizan para modificar la dirección y el sentido de las fuerzas transmitidas por los hilos. Por tanto, ***tensión de un hilo*** es cada una de las fuerzas que éste soporta en sus extremos.

1.6.2. TEOREMA DEL MOMENTO LINEAL O CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Se denomina momento lineal o cantidad de movimiento de un punto material $\vec{p}$ a una magnitud vectorial cuyo valor es igual al producto de la masa del punto material por la velocidad que posee:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

y está representada por un vector ligado al punto que tiene siempre la dirección de su vector velocidad y es, por tanto, tangente a la trayectoria.

La definición de momento lineal $\vec{p}$ nos permite escribir la expresión matemática de la Segunda Ley de Newton de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Esta ecuación es la expresión analítica del ***teorema del momento lineal*** según el cual, *la resultante de las fuerzas que actúan sobre un punto material es igual a la derivada respecto al tiempo de su momento lineal.*

Principio de conservación del momento lineal. Si sobre un cuerpo no se ejerce fuerza exterior alguna, o la resultante de las que actúan es cero , su momento lineal permanece constante:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = const.$$

1.6.3. TEOREMA DEL MOMENTO ANGULAR O CINÉTICO

Se denomina momento angular, o momento cinético, $\vec{L}_0$ de un punto material respecto a un punto *O*, al momento respecto al punto *O* del momento lineal $\vec{p}$ del punto material considerado:

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}$$

Derivando esta expresión con respecto al tiempo:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

donde el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{p}$ es nulo por ser $\vec{v}$ y $\vec{p}$ vectores paralelos y por el teorema del momento lineal, $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$. Por consiguiente:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}_o(\vec{F})$$

Esta expresión representa el ***teorema del momento angular*** según el cual, *la derivada respecto al tiempo del momento angular o momento cinético de un punto material respecto a un punto O es igual al momento con relación a O de la resultante de las fuerzas que actúan sobre el punto material.*

Principio de conservación del momento angular. Cuando un punto material está sometido a la acción de una fuerza cuya dirección para constantemente por un punto fijo *O* ***(fuerza central)***, como el momento de dicha fuerza respecto a *O* es nulo, al aplicar el teorema del momento angular tendremos:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L}_0 = const.$$

Si el momento total de las fuerzas que actúan sobre un punto material es nulo, el momento angular o cinético permanece constante.

1.6.4. TEOREMAS DE LA ENERGÍA CINÉTICA Y DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Concepto de trabajo: Matemáticamente, el trabajo *W* realizado por una fuerza $\vec{F}$ bajo la acción de la que un sistema realiza un desplazamiento rectilíneo al que le podemos asociar un vector $\vec{s}$, se expresa por el siguiente producto escalar:

$$W = \vec{F} \bullet \vec{S}$$

Si la fuerza que realiza el trabajo no es constate o la trayectoria seguida por el punto material no es rectilínea puede considerar el desplazamiento experimentado por el cuerpo descompuesto en elementos infinitesimales de desplazamiento $d\vec{r}$ tal que verifiquen que sean rectilíneos y la fuerza actuante a lo largo del recorrido definido por los mismos sea constante. El trabajo elemental realizado por una fuerza $\vec{F}$ a lo largo del recorrido definido por el vector $d\vec{r}$ viene dado por:

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Y el trabajo total:

$$W = \int \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Concepto de energía cinética: Se denomina energía cinética a la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento. Matemáticamente, se expresa:

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

Teorema de la energía cinética: Supongamos un cuerpo de masa *m*, inicialmente en reposo, al que se le aplica una fuerza $\vec{F}$ para que al cabo de un tiempo *t* adquiera una velocidad $\vec{v}$. El trabajo elemental realizado por esa fuerza en un tiempo infinitesimal, en el que el móvil recorrió un espacio *ds*, vendrá dado por:

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{r} = m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r}$$

Y como $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ y $d\vec{s} = \vec{v} \cdot dt$, se tiene:

$$dW = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \cdot dt = m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

El trabajo total realizado será para ir de *A* a *B*:

$$W_{AB} = \int_A^B m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v} = \left[\frac{1}{2} m v^2 \right]_A^B = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

o bien:

$$W_{AB} = E_{CB} - E_{CA}$$

La ecuación es la expresión analítica del teorema de la energía cinética: *el trabajo que realizan las fuerzas que actúan sobre un punto material en un intervalo de tiempo cualquiera es igual a la variación de la energía cinética del punto en ese mismo intervalo.*

Teorema de la energía mecánica: Si la fuerza $\vec{F}$ de la que estamos calculando la circulación y que en este caso representa el trabajo W realizado por la misma resulta ser el gradiente de una función escalar *U*, esto es si $\vec{F} = -gradU$ podemos escribir que $W_{AB} = U_A - U_B$. Y en tal caso la función escalar *U* recibe el nombre de función potencial o ***energía potencial del campo de fuerza y la fuerza será una fuerza conservativa.***

Y si en este caso tenemos en cuenta el teorema de la energía cinética podemos escribir:

$$W_{AB} = E_{CB} - E_{CA} = U_A - U_B \Rightarrow E_{CA} + U_A = E_{CB} + U_B \Rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$$

y conocido que la suma de las energías cinética y potencial constituye ***la energía mecánica*** , la ecuación representa el teorema de ***la conservación de la energía mecánica.*** Según este teorema, *siempre que las fuerzas que actúan sobre un punto material sean conservativas, la energía mecánica del punto permanece constante durante el movimiento.* El peso es una fuerza conservativa, de manera que si esta es la única fuerza actuando sobre el punto material en todo instante la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria del punto material permanece constante durante el movimiento.