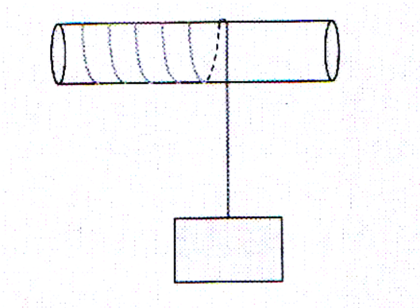
1.7. DINÁMICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

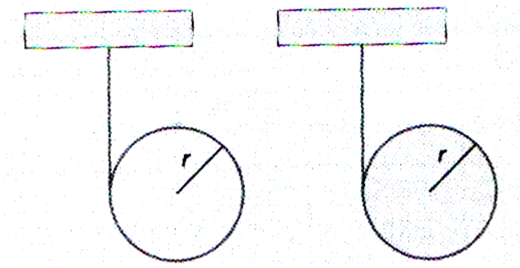
Problema 1. Un cilindro de masa 94 Kg y radio r = 8,3 cm lleva una cuerda enrollada en su superficie de la que cuelga un peso de 35 Kg. El cilindro gira perfectamente sobre su eje que se encuentra en posición horizontal. Determinar: a) la aceleración angular del cilindro y la aceleración del peso y b) la tensión de la cuerda. Suponer que el cable no desliza sobre la superficie del cilindro y que es indeformable.

Solución: $\alpha = 50 rad/s$; $a = 4{,}2 m/s^2$; $T = 2 \cdot 10^2\ N$



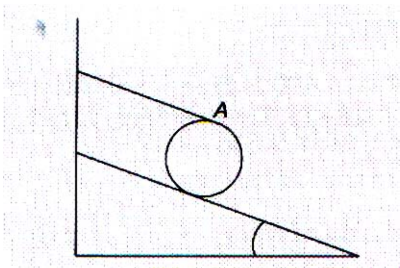
Problema 2. Un aro y un disco del mismo radio r y de la misma masa m llevan enrolladas sendas cuerdas en su periferia. Ambos se sueltan desde el reposo y desde la misma altura al mismo tiempo, a la vez que la cuerda permanece sujeta. Determinar la aceleración de cada uno. ¿Cuál de los dos tardará menos tiempo en descender una altura h? Suponer que las cuerdas no se deforman ni deslizan sobre la superficie de los sólidos.

Solución: $a_{aro} = \dfrac{g}{2}$; $a_{disco} = \dfrac{2g}{3}$



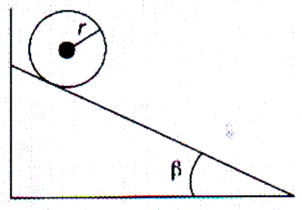
Problema 3. El disco de la figura tiene un radio de 300 mm y una masa de 6 Kg. El coeficiente de fricción cinética entre disco y el plano inclinado es 0,2. Determinar: a) la aceleración del centro de masas del disco y b) la tensión de la cuerda. Suponer que la cuerda es indeformable y que no desliza por la superficie del disco

Solución: $a = 1 m/s^2$; $T = 13N$



Problema 4. Determinar la máxima inclinación que puede tener un plano inclinado para que descienda rodando por él: a) un aro de radio r y un disco del mismo radio. Suponer que el aro y el disco son del mismo material y que el coeficiente de fricción estática con el plano es μ .

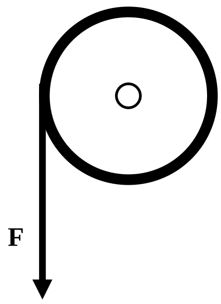
Solución: $tg_{aro}\beta = 2\mu$; $tg_{disco}\beta = 3\mu$



Problema 5. Sobre un plano horizontal rueda, sin deslizar, un cilindro macizo y homogéneo de masa y radio *R*, siendo a velocidad de su centro geométrico. Determínese la expresión de la energía cinética.

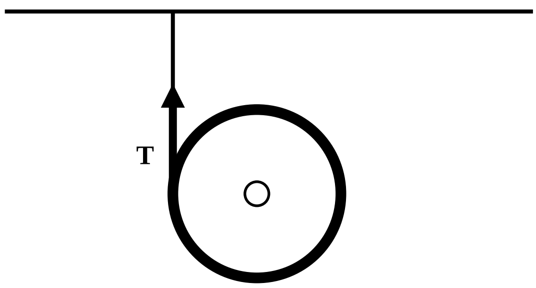
Solución: $E_C = \frac{3}{4} M v_0^2$.

Problema 6. Un cilindro macizo de masa *M* y radio *R* puede girar alrededor de su eje geométrico que se encuentra fijo en posición horizontal. Sobre su superficie se arrolla una cuerda de cuyo extremo libre se tira verticalmente hacia abajo con una fuerza constante, *F*. Suponiendo que no existe rozamiento y partiendo del reposo, determínese: a) aceleración angular del cilindro, momento cinético respecto al eje de giro al cabo de *t* segundos y c) la energía cinética al cabo de dicho tiempo.



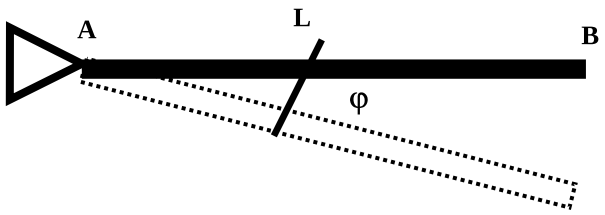
Solución: a) $\alpha = \frac{2F}{MR}$; b) $L = FRt$; c) $E_C = \frac{F^2 t^2}{M}$.

Problema 7. Un cilindro macizo y homogéneo de masa *M* y radio *R* tiene arrollada una cuerda en su sección media. Se sujeta el extremo libre de la cuerda a un punto fijo y se abandona el cilindro sin velocidad inicial a la acción de la gravedad. Supuesta despreciable la resistencia del aire, hallar la velocidad del centro del cilindro cuando éste descendido una altura *h* y la tensión de la cuerda durante la caída.



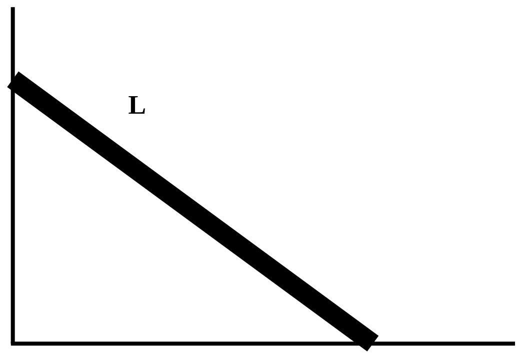
Solución: $v = \frac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{3}} \frac{m}{s}$; $T = \frac{Mg}{3}$.

Problema 8. Una barra homogénea *AB* de longitud *L*, articulada en su extremo *A*, se deja caer desde la posición horizontal. Determinar la velocidad angular ω de la barra en función del ángulo φ que define su posición.



Solución: $\omega = \sqrt{\dfrac{3gsen\theta}{L}}$.

Problema 9. Una barra homogénea de longitud *L*, situada en un plano vertical, está apoyada sobre dos superficies lisas, horizontal y vertical. Determinar la aceleración angular, la velocidad angular, la aceleración del centro de gravedad y las reacciones de las superficies de apoyo. Datos: *L*, ángulo inicial θ_0 .

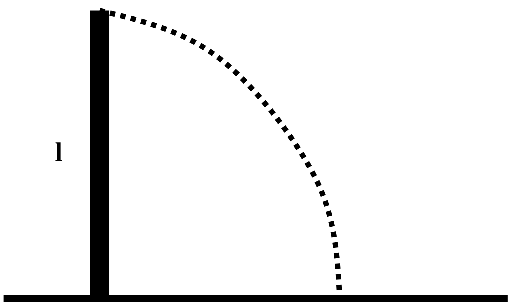


Solución: $\alpha = \dfrac{3g\cos\theta}{2L}$; $\omega = \sqrt{\dfrac{3g(sen\theta_0 - sen\theta)}{L}}$;

$\vec{a}_G = (\alpha sen\theta + \omega^2 \cos\theta)\dfrac{L}{2}\vec{i} + (-\alpha\cos\theta + \omega^2 sen\theta)\dfrac{L}{2}\vec{j}$; $N_X = \dfrac{3}{4}mg(-sen\theta\cos\theta + 2sen\theta_0\cos\theta)$;

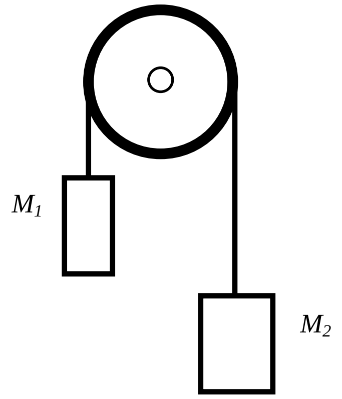
$N_Y = \dfrac{1}{4}mg(1 - 3sen^2\theta + 6sen\theta_0\cos\theta)$

Problema 10. Una varilla de longitud $l = 204mm$ se mantiene verticalmente apoyada sobre su extremo sobre la mesa luego se deja caer sobre la misma. ¿Cuál es su velocidad angular al golpear la mesa?



Solución: $\omega = 12\dfrac{rad}{s}$

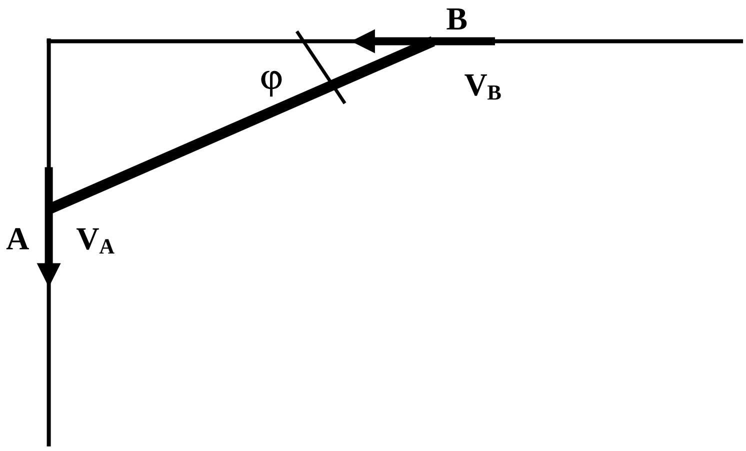
Problema 11. De una polea maciza y homogénea, de masa $M = 500$ g y $r = 5$ *cm*, penden dos cuerpos de masas $M_1 = 350g$ y $M_2 = 300g$ de los extremos de una cuerda, inextensible y sin masa que pasa por la garganta de la polea. La fricción entre la cuerda y la polea hace que ésta se mueva cuando se mueven las masas. Hallar la aceleración con la que se mueven las masas y la aceleración angular de la polea.



Solución: $a = 0.54 \frac{m}{s^2}$; $\alpha = 10.8 \frac{rad}{s^2}$.

Problema 12. Una barra homogénea de masa *m* y longitud *2L* tiene el extremo *B* vinculado a un eje horizontal y el extremo *A* a uno vertical ambos sin rozamiento. Inicialmente la barra está en reposo dispuesta según el eje horizontal. Determinar:

a) El centro instantáneo de rotación del movimiento de la barra en un instante cualquiera y el momento de inercia de la barra respecto de dicho punto.
b) Velocidad angular de la barra en un instante cualquiera en función del ángulo φ .
c) Velocidad del extremo *B* cuando la barra alcanza la posición vertical.



Solución: a) $CIR(2L\cos\varphi, 2Lsen\varphi)$, $I_{CIR} = \frac{4}{3}mL^2$; b) $\vec{\omega} = \sqrt{\frac{3gsen\varphi}{2L}}\vec{k}$; c) $v_B = \sqrt{6gL}$.

Problema 13. Una plataforma circular de masa *M* y radio *R*, homogénea, gira en ausencia de fuerzas exteriores en torno a un eje vertical que pasa por su centro con velocidad angular ω_0 constante. Un hombre de masa m, que se encuentra inicialmente de pie en el centro de la plataforma, comienza a andar a lo largo de un radio de la misma. Determínese la velocidad angular de la plataforma cuando el hombre llega a su periferia y el trabajo efectuado para conseguirlo.

Solución: $\omega = \frac{M}{M+2m}\omega_0$; $W = \frac{Mm}{2(M+2m)} R^2 \omega_0^2$.

Problema 14. Dos cilindros de la misma masa y radio, uno macizo y homogéneo y otro hueco de pared delgada, se abandonan desde el mismo nivel de un plano inclinado un ángulo de 10º respecto de la horizontal. Uno de ellos parte 2 segundos antes que el otro. Si, después de recorres ambos *s* metros, el segundo en salir alcanza el primero: a) razonar cuál de los dos partió en primer lugar y b) calcular la distancia *s* recorrida por ambos hasta encontrarse. ***Solución:*** b) $s = 94.8m$.

Problema 15. Un cilindro de *8 Kg* y *0.2 m* de radio, rueda sin deslizamiento por un plano inclinado de *30º* . Calcular: a) la aceleración lineal del centro de masas en el movimiento de descenso y b) la longitud del plano inclinado recorrida en *4 s*. ***Solución:*** a) $a = 3.3\frac{m}{s^2}$; b) $s = 26.4m$.

Momento angular o cinético para una rotación alrededor de un eje