1.5. GEOMETRÍA DE MASAS

Problema 1. Un sistema está integrado por cuatro partículas de masas respectivas 2, 3, 5 y 6 Kg y situadas en los puntos (-2,3,6), (5,-2,-1), (1,0,1) y (4,2,3). Determinar la posición del centro de masas o centro de gravedad del sistema. ***Solución:*** $\vec{R} = (\frac{5}{2}, \frac{3}{4}, 2)$.

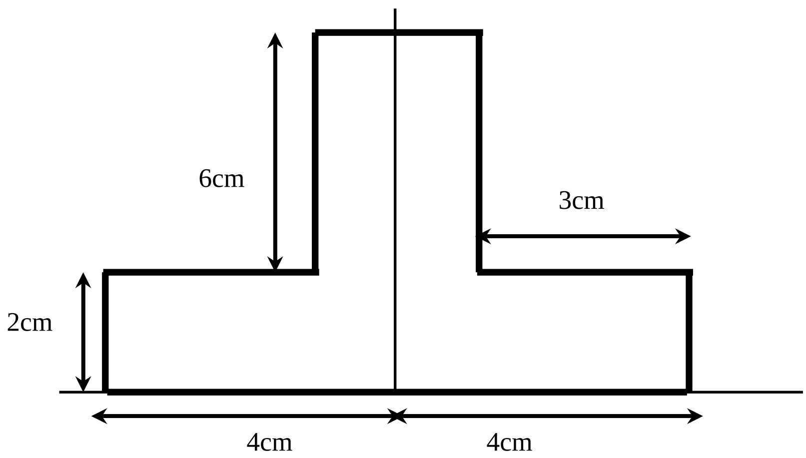
Problema 2. Determinar el centro de masas de la superficie homogénea limitada por la parábola $y^2 = 4x$ y la recta $x = 5$. ***Solución:*** $\overline{X} = 3$, $\overline{Y} = 0$.

Problema 3. Determinar el centro de masas de la superficie homogénea limitada por la parábola $y = Kx^2$ y las rectas $x = a$ y $y = 0$. ***Solución:*** $\overline{X} = \frac{3}{4}a$, $\overline{Y} = \frac{3}{10}Ka^2$.

Problema 4. Determinar el centro de masas de la superficie homogénea limitada por la parábola $y^2 = Kx$ y las rectas $y = 0$ y $x = a$. ***Solución:*** $\overline{X} = \frac{3}{5}a$; $\overline{Y} = \frac{3}{8}\sqrt{Ka}$.

Problema 5. Calcular el centro de masas de un circunferencia homogénea de radio R. ¿Y si considerásemos solo una semicircunferencia? ***Solución:*** Circunferencia: $\overline{X} = 0$; $\overline{Y} = 0$. Semicircunferencia: $\overline{X} = 0$; $\overline{Y} = \frac{2R}{\pi}$.

Problema 6. Determinar el centro de masas de las siguiente superficies homogéneas:



Solución: $\overline{X} = 0$; $\overline{Y} = \frac{19}{7}cm$.

Problema 7. Calcular el momento de inercia de una esfera homogénea de radio *R* y masa *M* respecto a un diámetro. ***Solución:*** $I_X = \frac{2}{5}MR^2$.

Problema 8. Calcular el momento de inercia de una chapa rectangular, homogénea de lados *a* y *b* y masa *M* respecto a sus lados y respecto a cada uno de sus vértices. Calcular su tensor de inercia respecto a unos ejes cartesianos coincidentes con su lados. ***Solución:*** $I_X = \frac{Mb^2}{3}; I_Y = \frac{Ma^2}{3}$; $I_O = I_X + I_Y$;

$$T = \begin{bmatrix} \frac{Mb^2}{3} & -\frac{Mab}{4} \\ -\frac{Mab}{4} & \frac{Ma^2}{3} \end{bmatrix}.$$

Problema 9. Dada una placa circular homogénea de masa *M* y radio *R*, calcular el momento de inercia respecto: a) a su centro; b) a un diámetro de una placa circular homogénea de masa *M* y de radio *R*; c) a un eje perpendicular al plano de la placa circular y que pasa por su centro; d) a un eje perpendicular al plano de la placa circular y que intersecta con el mismo a una distancia *a* de su centro y e) a una recta tangente a la placa.

Solución: **a)** $I_O = \frac{MR^2}{2}$; **b)** $I_X = \frac{MR^2}{4}$; **c)** $I_{EJE} = \frac{MR^2}{2}$; **d)** $I_{EJE} = M(\frac{R^2 + 2a^2}{2})$;**e)** $I_{EJE} = \frac{5MR^2}{4}$.

Problema 10. Calcular el momento te inercia de una varilla delgada y homogénea de longitud *L* y masa *M* respecto a: a) un eje perpendicular a ella y que pase por uno de sus extremos y b) un eje perpendicular a la varilla y que pase por su punto medio. ***Solución:*** **a)** $I = \frac{1}{3}ML^2$; **b)** $I = \frac{1}{12}ML^2$.

Problema 11. Calcula el momento de inercia de un cilindro de radio *R*, altura *h* y masa *M* respecto al eje que pasa por su centro. ***Solución:*** $I = \frac{1}{2}MR^2$.